



**Margarida da Silva  
de Morais Sarmiento**

**Contributo de Vicente Gonçalves para a  
comunicação / divulgação matemática**



**Margarida da Silva  
de Morais Sarmiento**

**Contributo de Vicente Gonçalves para a  
comunicação / divulgação matemática**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Comunicação e Educação em Ciência, realizada sob a orientação científica da Doutora Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa, Professora Auxiliar da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro e do Doutor Helmuth Robert Malonek, Professor Catedrático do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Dedico este trabalho à minha mãe.

## **o júri**

presidente

**Professor Doutor Luís Filipe Pinheiro de Castro**  
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

**Professor Doutor Helmuth Robert Malonek**  
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

**Professora Doutora Maria Augusta Vilalobos Filipe Pereira do Nascimento**  
Professora Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

**Professora Doutora Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa**  
Professora Auxiliar da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro



## **agradecimentos**

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que de diversas formas contribuíram para que esta tese de mestrado se transformasse numa realidade.

A minha orientadora Professora Doutora Cecília Costa por toda a amizade, compreensão, dedicação e disponibilidade demonstrada. Pela constante intervenção no trabalho, apoiando, incentivando sempre as minhas ideias e sugerindo, sempre com muito rigor, novas.

Ao meu orientador Professor Doutor Helmuth Malonek pelo apoio e sugestões preciosas na supervisão deste trabalho.

Aos Presidentes dos Concelhos Executivos, professores, assistentes operacionais e alunos envolvidos nos estudos de caso pela disponibilidade e prontidão demonstrados.

A todos os funcionários da biblioteca da Universidade de Aveiro pela simpatia e prontidão em me ajudar.

Aos meus explicandos, fonte da minha inspiração, pelas informações pessoais que facultaram com toda a responsabilidade.

Aos meus amigos pessoais, Joana Silva e João Cruz, e familiares, avôs, pelo apoio e carinho para a conclusão deste trabalho.

Por fim agradeço aos três melhores presentes da minha vida: o meu irmão sempre pronto a animar-me; o meu pai presença de sabedoria e responsabilidade e a minha mãe apoio incondicional que completa o meu coração com o que de melhor existe para se ser criativa, o amor de mãe.

## **palavras-chave**

Vicente Gonçalves, comunicação, comunicação matemática, manual escolar.

## **resumo**

Nesta dissertação estudamos a contribuição / divulgação do Professor e Matemático Vicente Gonçalves para a comunicação da Matemática na primeira metade do século XX, bem como, partindo de manuais de sua autoria para o ensino liceal, da década de trinta, seleccionamos e analisamos como são abordados temas que, actualmente, (ainda) fazem parte do programa oficial de matemática.

Escolhemos um tema para cada três anos de escolaridade, a saber: 5º, 8º e 12º anos. Investigamos a viabilidade de usar essa mesma forma de comunicar os temas escolhidos no contexto escolar actual através de estudos de caso, recorrendo a dois questionários e a uma entrevista.

Do estudo desenvolvido podem-se retirar algumas sugestões a ter em consideração na elaboração de manuais escolares para os anos de escolaridade aqui analisados, entre outros, a cor, a imagem, a organização do texto, existência de exemplos e de exercícios.

Verificamos que os manuais do Vicente Gonçalves seriam viáveis para alguns alunos. Nos alunos do 5º ano a aceitação foi fraca, já nos alunos do 8º e 12º anos houve os que manifestaram agrado por este tipo de manual.

**keywords**

Vicente Gonçalves, communication, mathematical communication, school book.

**abstract**

In this dissertation we studied the contribution from the Professor and Mathematician Vicente Gonçalves in the first half of the XX century to the communication of mathematics, as well as, looking at the school books from his responsibility to the grammar schools from the thirtieth decade, we selected and analysed how themes, which today (still) make part of the Mathematics official syllabus, are approached.

We chose a theme for each three years of schooling, namely: 5<sup>th</sup>, 8<sup>th</sup>, 12<sup>th</sup> grade. We investigated the viability of using that same way of communicating the chosen themes in the scholarly context, through study cases, using two questionnaires and an interview.

From the developed study we can withdraw some suggestions to take into account in the making of school books for the school years here analysed, among others, the colour, the image, the text organization, if there are examples and exercises.

We confirm that Vicente Gonçalves school books would be practicable for same students. From the 5<sup>th</sup> grade the acceptance was poor but in the students from the 8<sup>th</sup> and 12<sup>th</sup> grade there were those who showed satisfaction with this kind of school book.

# Índice

## Introdução

### Capítulo 1 – Enquadramento teórico

1.1. Sobre o ensino no século XX e início do século XXI.....	1
1.1.1. Breve resenha histórica da organização do ensino em Portugal.....	1
1.1.2. O panorama matemático português.....	5
1.1.3. O papel de Vicente Gonçalves.....	8
1.2. Sobre a comunicação matemática.....	12
1.2.1. Caracterização e modos.....	12
1.2.2. Contribuição de Vicente Gonçalves.....	15
1.3. Manual escolar como instrumento de comunicação.....	21
1.3.1. Caracterização, estatuto e funções do manual escolar.....	21
1.3.2. Os manuais escolares de Vicente Gonçalves.....	27

### Capítulo 2 – Metodologia

2.1. Opções metodológicas.....	31
2.2. Descrição dos manuais escolares utilizados no estudo.....	35
2.2.1. Sobre os manuais de Vicente Gonçalves.....	35
2.2.2. Sobre os manuais adoptados nas turmas participantes.....	42
2.3. Técnicas e procedimentos de recolha de dados.....	54
2.3.1. Questionário.....	54
2.3.2. Entrevista.....	57
2.4. O recorte feito pelo aluno.....	58
2.5. Procedimentos de análise de dados.....	58
2.5.1. Análise e registo das respostas ao questionário.....	58
2.5.2. Análise das entrevistas.....	59

---

2.5.3. Análise dos recortes elaborados pelos alunos.....	59
2.6. Participantes.....	60
 <b>Capítulo 3 – Apresentação e análise dos resultados</b>	
3.1. Ano de escolaridade – 5º.....	78
3.1.1. Questionário.....	78
3.1.2. Entrevista.....	86
3.2. Ano de escolaridade – 8º .....	92
3.2.1. Questionário.....	92
3.2.2. Entrevista.....	99
3.3. Ano de escolaridade – 12º .....	106
3.3.1. Questionário.....	106
3.3.2. Entrevista.....	115
3.4. O recorte elaborado pelo aluno.....	127
3.4.1. O recorte e sua justificação.....	127
3.4.2. Análise dos recortes.....	135
3.5. Síntese dos resultados.....	137
3.5.1 Questionário.....	137
3.5.2 Entrevistas.....	139
 <b>Capítulo 4 – Conclusões</b>	
4.1. Síntese do estudo.....	142
4.2. Principais conclusões.....	143
4.3. Contribuições e limitações do estudo.....	148
 <b>Apêndices</b> .....	150
Apêndice I.....	151
Apêndice II.....	152
Apêndice III.....	153
Apêndice IV.....	154
 <b>Anexos</b> .....	155
Anexo 1.....	156

Anexo 2.....	158
Anexo 3.....	168
Anexo 4.....	170
<b>Bibliografia.....</b>	<b>185</b>

## Introdução

Com esta tese pretendemos fazer a ligação entre um Mestrado de Comunicação e Educação em Ciência e uma Licenciatura em Ensino da Matemática, nesse contexto surgiu a ideia de estudarmos a contribuição de Vicente Gonçalves para a comunicação da Matemática na primeira metade do século XX.

Numa primeira etapa fizemos uma análise histórica para identificar elementos que pudessem comprovar a contribuição do Professor José Vicente Gonçalves para a comunicação da Matemática e respectiva caracterização. Numa segunda etapa partindo dos manuais para o ensino liceal de sua autoria, da década de trinta do século XX, seleccionamos e analisamos como são abordados temas que, actualmente, (ainda) fazem parte do programa oficial de matemática. Escolhemos um tema para cada três anos de escolaridade, a saber: 5º, 8º e 12º anos.

Investigamos a viabilidade de usar essa mesma forma de comunicar os temas escolhidos no contexto escolar actual através de estudos de caso, recorrendo a dois questionários e a uma entrevista.

Traçamos, assim, dois objectivos principais: identificar elementos que pudessem indiciar e, se possível comprovar, a contribuição do Professor Vicente Gonçalves para a divulgação/comunicação da matemática na primeira metade do século XX; estudar a viabilidade ou não dos manuais escolares elaborados por ele serem bem aceites por parte de alunos do século XXI. Procurámos ainda, identificar e enumerar aspectos que possam melhorar a comunicação entre o aluno e o seu manual escolar, que entendemos puderem vir a ser proveitosas para autores de manuais escolares.

As motivações que nos levaram a desenvolver este estudo foram várias, contudo as duas principais foram, o poder divulgar o papel de Vicente Gonçalves sob o ponto de vista de comunicador de ciência e observar as reacções dos alunos do século XXI com o contacto de um tema abordado num manual da primeira metade do século XX. Também existiram motivações a nível mais pessoal. A actividade profissional de docência

exercida por nós, mantiveram-nos intimamente ligados a todos os assuntos que iríamos abordar, bem como a uma grande proximidade entre os participantes.

No desenvolvimento deste tema recorreremos, essencialmente, à análise histórica e ao estudo de caso, apoiando-nos em dois questionários e numa entrevista.

Descrevemos, em seguida, a estrutura que demos a esta tese.

O capítulo 1 foi subdividido em três subsecções, com o objectivo de contextualizar e encaminhar o leitor para o estudo de campo a ser apresentado nos capítulos subsequentes.

Na primeira subsecção fazemos uma breve resenha do ensino em Portugal no século XX e início do século XXI, onde destacamos o panorama matemático português e o papel do Professor Vicente Gonçalves.

Na segunda subsecção descrevemos o processo de comunicação e esclarecemos os conceitos de comunicação e de comunicação matemática. Enumeramos, segundo alguns autores, os modos de comunicar matemática e terminamos esta subsecção divulgando as contribuições do Professor Vicente Gonçalves para a comunicação matemática.

A terceira subsecção é dedicada ao manual escolar. Definimos o que se entende por manual escolar, reflectimos sobre o seu estatuto no ensino e aprendizagem e referimos funções dos manuais segundo alguns investigadores. Finalizamos com a análise dos manuais de Vicente Gonçalves para o ensino liceal.

No capítulo 2 descrevemos e justificamos as opções que tomámos relativamente aos aspectos metodológicos. Descrevemos as quatro fases do trabalho de pesquisa; desenvolvemos e justificamos as técnicas e procedimentos de recolha de dados utilizados, bem como, os procedimentos de análise de dados que adoptámos neste estudo. Terminámos o capítulo fazendo a caracterização dos participantes no estudo.

No capítulo 3 é feito o registo e análise dos resultados obtidos tanto no questionário como na entrevista, efectuados aos alunos do 5º, 8º e 12º anos de escolaridade. Apresentamos também “o recorte elaborado pelo aluno” e a respectiva justificação das suas escolhas. Acabamos com a síntese global dos resultados obtidos no questionário e na entrevista.



No capítulo 4 fazemos a síntese do nosso estudo, onde indicamos as principais contribuições. Terminamos indicando limitações do estudo e trabalhos que no futuro seriam, a nosso ver, de interesse desenvolver.

## Capítulo 1 – Enquadramento teórico

### 1.1. Sobre o ensino no século XX e início do século XXI

Iniciamos este subcapítulo com uma breve resenha histórica da organização do ensino em Portugal e particularizando depois para o panorama matemático. Em seguida focamo-nos num caso ao efectuarmos o estudo do papel do Professor Vicente Gonçalves na história da matemática em Portugal, na primeira metade do século XX.

#### 1.1.1. Breve resenha histórica da organização do ensino em Portugal

Desde o início do séc. XX até à implantação da República, 1900-1910, existiram dois tipos de ensino: o ensino primário e o ensino secundário. O ensino secundário era constituído por um curso geral de cinco anos e um curso complementar de dois anos. Destacamos aqui uma medida tomada na reforma do ministro Eduardo José Coelho, em 1905, (ministro das obras públicas em 1889, 1904 e em 1905) que acabou com o regime do livro único, colocando como única exigência a aprovação dos compêndios utilizados nos liceus por uma comissão nomeada pelo Governo.

Segundo Pulido Valente (1973, p.73): “*Esta Reforma tem nos planos de estudos um equilíbrio entre a forma literária e humanista e a forma científica e utilitária*”. Helena Ferreira, em 2004, esclarece

*“que com o ensino da Matemática, pretendia-se ministrar um copioso número de conhecimentos essenciais e indispensáveis no quotidiano e encaminhar para a compreensão das coisas pela determinação da sua grandeza e forma. Inquirir, operar, interrogar, responder, estabelecer relações, combinações e*

---

*comparações, eram assim ferramentas consideradas essenciais e proporcionadas por esta disciplina.”*

Na 1ª República, 1910-1926, João de Barros e João de Deus Ramos, (ministro de 21 de Janeiro de 1920 a 8 de Março de 1920) elaboraram a 1ª Reforma do Ensino da 1ª República. O principal objectivo desta reforma era diminuir o analfabetismo. Passou a ser obrigatória e gratuita a instrução primária entre os sete e os dez anos de idade. Na Portaria nº 230 de 21 de Setembro de 1914 apresentam-se 20 instruções para o ensino em classe, referentes aos métodos e processos de ensino que os professores teriam de utilizar.

Helena Ferreira (2004) salienta algumas delas na sua tese, tais como,

*“(…) a finalidade do Ensino Secundário não ser a soma de conhecimentos mas sim o desenvolvimento das “faculdades de espírito”; o objectivo da forma de ensinar ser cativar a atenção da colectividade e, para isso, deveria ser feito repetidamente um interrogatório acerca do assunto que se estava a expor; o professor não dever falar exclusivamente, mas também deixar falar; desenvolver-se o espírito de iniciativa; o aluno dever expor as suas dúvidas; a avaliação ser contínua; a classe progredir de forma homogénea e caso algum aluno revelasse uma dificuldade essa devia ser detectada, discutida e encontrado o melhor método para superá-la; o professor dever modificar a sua velocidade ou até mesmo recuar se os alunos não estivessem a acompanhar a matéria; primar a qualidade do ensino em relação à quantidade e proibir a marcação de trabalhos de casa.”*

Para uma melhor organização das leis feitas anteriormente elaborou-se o Decreto-lei nº 3091 de 17 de Abril de 1917. Destacamos o facto de este referir que o professor devia indicar diariamente no manual a parte do programa tratada na aula.

Durante o ministério de Alfredo Magalhães, (ministro de 22 de Novembro de 1926 a 18 de Abril de 1928), realizou-se a primeira Reforma estrutural, da 1ª República, que incidiu, segundo Helena Ferreira (2204), essencialmente, em três pontos. A reorganização das secções do curso geral que passava a ser constituído por uma 1ª secção de dois anos e uma 2ª secção de três anos. A separação dos cursos

complementares em Letras e Ciências, de dois anos. Um aumento da carga horária e a alteração do plano de estudos e programas das disciplinas.

Em 1919 elaborou-se o Decreto-lei nº 6:131 de 26 de Setembro de 1919 onde se deram novas alterações nos programas das disciplinas a leccionar.

Durante o Estado Novo, 1926-1974, período bastante longo, foram realizadas várias reformas curriculares. Destacamos alguns ministros dessa época e principais deliberações. Em 1936 elegeu-se um novo ministro da Instrução Pública, Carneiro Pacheco, (ministro de 18 de Janeiro de 1936 a 28 de Agosto de 1940). Este alterou a denominação do ministério que presidia para Ministério da Educação Nacional. Eliminou a distinção entre Curso Geral e Curso Complementar e a bifurcação entre Letras e Ciências. Defendeu um curso igual para todos, distribuído por três ciclos: o 1º ciclo, essencialmente, prático e descritivo, constituído por três anos; o 2º ciclo, teórico e experimental, com mais três anos; e o 3º ciclo de um só ano que segundo o Decreto-lei nº 27:084 de 14 de Outubro de 1936 “*visará a sistematização mental e a síntese de todos os conhecimentos adquiridos, em volta de novos centros de estudo*”.

Associada a esta reforma estrutural surgiu a consequente reforma dos programas mais adaptados ao novo plano de estudos. Seguiram-se ainda mais ministros, nomeadamente Pires de Lima, (ministro de 4 de Fevereiro de 1947 a 7 de Julho de 1955), que repôs o esquema de estudos que Carneiro Pacheco tinha outrora alterado. O Curso Complementar voltou a ser de dois anos, com separação de Letras e Ciências, em regime de disciplinas. Um outro objectivo desta reforma foi a redução dos programas, segundo o Decreto-lei nº 36:507 de 17 de Setembro de 1947 este devia ser “*útil e necessário como saber, como exercício mental e como elemento de formação*”.

Em 1947, o então ministro da Educação Nacional, Pires de Lima, criou o Ciclo Preparatório do Ensino Técnico Elementar, como ramo paralelo ao 1º ciclo do Ensino Secundário<sup>1</sup>. Durante os anos 50 e 60 os programas continuaram a ser os publicados em 1948 por Pires de Lima. Em 1960, no ministério de Francisco Pinto, (ministro de 7 de Julho de 1955 a 4 de Maio de 1961), criou-se o Ciclo Preparatório do Ensino Secundário que se situava entre a 4ª classe do Ensino Primário e o Ensino Secundário. Nessa altura, existiam 4 anos de escolaridade no Ensino Primário, 2 anos no Ensino Preparatório e o Ensino Secundário iniciava-se no 7º ano de escolaridade.

---

<sup>1</sup> Segundo Helena Ferreira (2004) “*Aumentou a separação entre Liceus e Escolas Técnicas, aqueles funcionando como via de acesso privilegiada ao Ensino Universitário, estas visando a formação de mão-de-obra especializada e o acesso ao Ensino Médio.*”

Em 1967, Galvão Teles, (ministro de 4 de Dezembro de 1962 a 19 de Agosto de 1968), fundiu o 1º Ciclo do Ensino Secundário e o Ciclo Preparatório, criando-se assim o Ensino Unificado.

A última reforma deste período foi em 1973 feita por Veiga Simão, (ministro de 15 de Janeiro de 1970 a 25 de Abril de 1974). Este criou a Lei de Bases, devido à consciência social, de que era necessário estabilizar e clarificar a organização do sistema educativo. Segundo Helena Ferreira (2004), a Lei de Bases

*“é ainda hoje considerada como uma das mais importantes e surge com uma concepção de escola mais aberta visando o alargamento educativo dos jovens e a aproximação de Portugal aos países desenvolvidos”.*

A escolaridade básica prolongou-se por um período de oito anos, ministrado em dois ciclos: 4 anos de Ensino Primário e outros 4 a serem leccionados nas Escolas de Ensino Preparatório. Extinguiu-se o Ciclo Complementar do Ensino Primário (5ª e 6ª classes) e admitiu-se a Telescola nas localidades onde não houvesse Escolas Preparatórias. Podemos acrescentar que os programas de Matemática foram reduzidos uma vez que um dos objectivos das Reformas era *“colocar em local próprio o que se verificava estar deslocado e suprimir o que fosse inútil ou pedagogicamente dispensável”* [Serrão (1981) in Helena Ferreira (2004)].

A reforma de Veiga Simão introduziu alterações profundas no Sistema Educativo, apresentou objectivos inovadores e condutores à democratização do Ensino.

A revolução de 25 de Abril de 1974 derrubou, num só dia, o regime político que vigorava em Portugal desde 1926. Ora as reformas educativas feitas por Veiga Simão e pela sua equipa, em 1970, e consagradas na Lei de Bases que foi publicada em 1973 foram rejeitadas, pois o sentimento de ruptura com tudo do passado era muito forte.

A partir de 1976 as preocupações dos sucessivos governos foram: estabelecimento de uma legalidade democrática na gestão dos estabelecimentos de ensino; correcção de injustiças e dos desvios verificados entre 1974 e 1976; restabelecer socialmente a confiança e a estabilidade do Sistema Educativo; promover a massificação e democratização do ensino; a consolidação da escolaridade obrigatória de 6 anos; a modificação dos esquemas de formação de professores; o alargamento dos esquemas de educação de adultos e o lançamento do ensino especial [Bagão, 2001; Costa, 1981 in Helena Ferreira (2004)].

Em 1986, no ministério de João de Deus Rogado (6 de Novembro de 1985 a 17 de Agosto de 1987) surge uma nova reforma com a aprovação da Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE). Esta lei determinava a gratuitidade do Ensino Básico, com a duração de 9 anos. Em 1997 foram introduzidas algumas alterações.

Em 2006, no ministério de Maria de Lurdes Rodrigues (desde 12 de Março de 2005), elaborou-se uma nova lei com o intuito de actualizar a LBSE anterior e de enformar os desenvolvimentos educativos dos próximos anos. Júlio Pedrosa no documento *Como Vamos Melhorar a Educação nos Próximos Anos?*, na apresentação do Debate Nacional Sobre a Educação, na Assembleia da República, em 22 de Maio de 2006, comenta que

*“Pela primeira vez na nossa história cumprimos o objectivo de proporcionar educação básica de nove anos a todas as crianças, uma meta fundamental, a que tantos portugueses deram o seu melhor. O atraso educacional de que se partiu era tal que, apesar de se ter expandido a frequência da educação pré-escolar e dos ensinos secundário e superior, há ainda largo campo de acção, a exigir muito de nós. Construiu-se um parque escolar mais moderno e o investimento público em educação aumentou de modo muito significativo. A diversidade social, étnica, linguística e cultural está hoje bem presente nas escolas. A democracia instituiu-se e alarga-se a percepção de que a educação é o mais sólido suporte ao desenvolvimento de Portugal.”*

### **1.1.2. O panorama matemático português**

O ensino da matemática em Portugal no século XX oscilou entre um “ensino tradicional”, onde o manual escolar era o principal instrumento na sala de aula e um ensino dito “moderno”, onde o manual escolar apesar de poder continuar a ser o principal instrumento na sala de aula tem, agora, outros parceiros devido aos avanços tecnológicos.

De 1900 a 1910 pretendia-se que os alunos aprendessem o essencial para o seu dia a dia, o grande objectivo do ensino da matemática era ensinar a saber operar,

perguntar, responder, comparar. Observando os programas dessa altura verificámos que havia numerosos conteúdos a leccionar.

De 1910 a 1926 segundo Helena Fernandes (2004) e citando Rocha (1987),

*“A Matemática era encarada como uma disciplina que devia promover o progresso harmónico e o desenvolvimento de aptidões para observar, comparar, formular e verificar hipóteses, generalizar e deduzir. Em todas as disciplinas e principalmente na Matemática era então valorizada a presença de objectos e a descrição gráfica, defendendo-se a nível metodológico uma forma de ensino por interrogação e resposta que se dirigirá à actividade mental reprodutiva (memória), à averiguação de firmeza e exactidão dos conhecimentos adquiridos (entendimento) e, por fim, ao domínio completo desses conhecimentos e à sua interligação com novas noções.”*

Analisando os programas dessa altura, verificámos que continuava a haver numerosos conteúdos, principalmente nas áreas da Geometria e da Álgebra, contudo nota -se que estes programas eram mais exigentes.

De 1926 a 1974 existiram bastantes transformações devido às sucessivas reformas que ocorreram.

Nos anos trinta assiste-se a uma modernização do ensino com a publicação de novos compêndios, no caso da Análise, por J. Vicente Gonçalves e, no caso da Álgebra, por A. Almeida Costa (1903-1978), entre outros.

Nos anos quarenta destacamos a criação da Sociedade Portuguesa de Matemática e da conceituada revista de investigação *Portugaliae Mathematica*. Nomes como Aniceto Monteiro (1907-1980), Ruy Luís Gomes (1905-1984), Bento de Jesus Caraça (1901-1948) e Hugo Ribeiro (1910-1988) são uma referência desta época.

Nos anos quarenta e cinquenta o ensino baseava-se em demonstrar teoremas e praticar exaustivamente exercícios, ficando esta época caracterizada pela mecanização e memorização da matemática.

Nos anos cinquenta e sessenta devemos referir a acção de J. Sebastião e Silva<sup>2</sup>, quer como investigador e formador, quer também como pedagogo, nomeadamente na

---

<sup>2</sup> Sebastião e Silva foi um matemático que se preocupou com o ensino da matemática, escreveu, entre outros, os livros *Compêndio de Matemática* e o *Compêndio de Geometria Analítica* os quais primaram

reformulação dos programas do ensino secundário. É nos anos sessenta que surge o designado movimento da “Matemática Moderna”<sup>3</sup>.

Os currículos de matemática foram profundamente reformulados valorizando-se bastante o seu lado prático, útil e descritivo. Houve uma redução nos programas de matemática. Sebastião e Silva produz novos manuais escolares, critica o método até aqui tradicional de ensino da matemática e reclama pela renovação dos métodos de ensino.

De 1974 a 2000, também devido às sucessivas reformas, existiram bastantes transformações. Segundo João Pedro da Ponte (2002) em *O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?*,

*“Os programas de Matemática portugueses dos anos 70 e 80 são uma curiosa mistura de Matemática formalista no estilo moderno com Matemática computacional no estilo tradicional. ( ...) Os novos programas de Matemática do ensino básico (1º, 2º e 3º ciclos), de 1991, foram introduzidos sem grandes sobressaltos, mas o mesmo não se passou com os programas do ensino secundário.”*

Um dos principais responsáveis pelas alterações curriculares do ensino secundário foi Jaime Carvalho e Silva<sup>4</sup>, dando bastante destaque ao uso das calculadoras gráficas. Observando os programas do ensino secundário podemos ler que uma das suas finalidades era desenvolver a capacidade de comunicar: comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico, interpretar textos de matemática, exprimir o mesmo conceito de diversas formas ou

---

pelo rigor matemático, pela linguagem precisa e constituíram um factor de modernização do ensino da Matemática.

(<http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/p22.html>)

<sup>3</sup> Segundo Struik (1989), o Movimento da Matemática Moderna provocou mudanças significativas nas práticas escolares. A ideia do movimento era propiciar aos alunos instrumentos matemáticos úteis no novo quotidiano e de acesso mais fácil aos conteúdos. Também era defendida uma abordagem axiomática e dedutiva dos conteúdos matemáticos.

<sup>4</sup> Professor Associado do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra. Membro das linhas de investigação Análise e História e Metodologia da Matemática do CMUC-Centro de Matemática da Universidade de Coimbra. Coordenador da Subcomissão ICMI-Portugal da Comissão Nacional de Matemática/IMU-Portugal. Membro da Comissão Executiva da Comissão Internacional de Instrução Matemática/ICMI. Coordenador do Centro de Competência "Softciências". Recebeu vários prémios de distinção (Prémio Sebastião e Silva) e publicou vários artigos científicos como *Vicente Gonçalves e a História da Matemática em Portugal*.



linguagens, usar correctamente o vocabulário específico da matemática, usar a simbologia da matemática e apresentar os textos de forma clara e organizada.

Em 2006, tendo em atenção a análise efectuada pelos professores de matemática, decorrente da reflexão sobre os resultados dos exames do 9.º ano de escolaridade de 2005, o Ministério da Educação definiu um Plano de Acção para esta disciplina. Este plano tem como principal objectivo melhorar o ensino da matemática sendo constituído por seis acções<sup>5</sup>.

### 1.1.3. O papel de Vicente Gonçalves

O professor e matemático português José Vicente Gonçalves nasceu no Funchal a 26 de Agosto de 1896 e morreu em Lisboa a 3 de Agosto de 1985. Ainda que tenha vivido quase 90 anos durante o séc. XX, entendemos que a sua actuação foi mais marcante na primeira metade do século.

O Professor Vicente Gonçalves licenciou-se em Ciências Matemáticas na Universidade de Coimbra em 1917, tendo-se aí doutorado em 1921, defendendo a tese intitulada *Sobre Quatro Proposições Fundamentais da Teoria das Funções Inteiras*. Foi nomeado Professor Catedrático em 1927. A tese apresentada ao concurso de professor catedrático intitula-se *Teoria Geral da Integrabilidade Riemanniana*.

Exerceu o papel de docente em três instituições de ensino superior. Entre 1917 e o início da década de quarenta, leccionou na Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra. Começou como 2º Assistente provisório do 2º grupo (Mecânica e Astronomia), em 1921 passou a 1º Assistente e em 1927 é nomeado Professor Catedrático, tal como já referimos.

O período entre 1942 e 1943 é de transição para a Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Em 1947 acumula funções no Instituto Superior de Ciências

---

<sup>5</sup> Programa Matemática:

- Equipas para o sucesso;
- Promover a formação contínua em Matemática para professores de todos os ciclos do Ensino Básico e Secundário;
- Novas condições de formação inicial dos professores e de acesso à docência;
- Proceder ao reajustamento e às especificações programáticas para a Matemática em todo o Ensino Básico;
- Criar um banco de recursos educativos para a Matemática; Proceder à avaliação dos manuais escolares de Matemática para o Ensino Básico.

Económicas e Financeiras, tendo ido substituir Bento de Jesus Caraça. Permaneceu neste Instituto até 1960. Jubilou-se em 1967. (Para mais pormenores sobre a sua carreira profissional, enquanto docente universitário, consultar o Quadro nº 1 no Apêndice 1).

Vicente Gonçalves distinguiu-se de vários outros matemáticos devido ao seu contributo deixado enquanto professor, investigador e autor.



Figura nº 1: Vicente Gonçalves

Como professor, Vicente Gonçalves preparava minuciosamente as aulas e pesquisava continuamente os conteúdos com o objectivo de actualizar e melhorar os seus cursos. Interligava as vertentes de investigador e de professor, os conteúdos das aulas serviam-lhe de inspiração para novas investigações matemáticas e, estando estas terminadas incluía os novos resultados nas aulas e nos manuais. Também os resultados de investigação recente de outros matemáticos, portugueses e estrangeiros, eram incluídos.

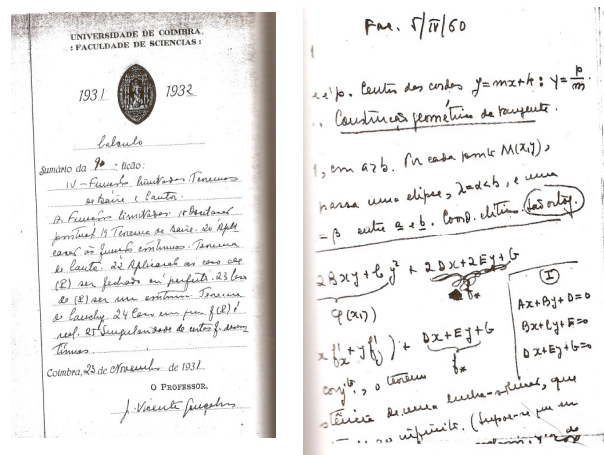


Figura nº 2: Sumário e apontamentos de uma aula

Como professor e investigador fez parte de variados tipos de júris, nomeadamente: doutoramentos<sup>6</sup>, concursos para assistente, exames relativos às Escolas Normais Superiores da Universidade de Coimbra e da Universidade de Lisboa, exames de Estado e exames de admissão ao primeiro ano de estágio do Liceu Normal de Lisboa. Estas funções permitiam-lhe conhecer aprofundadamente os estudos de alguns jovens matemáticos portugueses.

Como investigador participou em vários congressos, por exemplo: no Congresso das Associações Portuguesa e Espanhola para o Progresso das Ciências em vários anos; no Congresso do Mundo Português em 1940; no Congresso Internacional dos Matemáticos em 1954 como delegado oficial português. (Para mais pormenores sobre a sua participação em congressos, consultar o Quadro nº 2 no Apêndice 2.)

Como autor, interligando as vertentes de professor e investigador, publicou artigos científicos, manuais para o ensino superior e manuais para o ensino liceal.

Relativamente aos artigos, publicou perto de uma centena nas revistas portuguesas. Segundo Costa (2001 p. 85),

*“São várias as publicações que contêm artigos de Vicente Gonçalves, (...) Enquanto se encontra na Universidade de Coimbra, publica na Portugaliae Mathematica – a única com ressonância no estrangeiro.”*

<sup>6</sup> Vicente Gonçalves fez parte do júri das provas para obtenção do grau de Doutor em Ciências Matemáticas de Manuel Marques Esparteiro, Ruy Luís Gomes, José Sebastião e Silva e de Peter Braumann, entre outros (Costa, 2001).

Vicente Gonçalves publicou mais artigos na Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, seguindo-se a *Portugaliae Mathematica* (primeira revista portuguesa que publica exclusivamente trabalhos originais portugueses e estrangeiros), a Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra e as Memórias da Academia de Ciências de Lisboa.

O facto de a revista onde publicou mais artigos ter sido a Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa não surpreende, já que foi ele o responsável pela criação da 2ª Secção A – Ciências Matemáticas dessa revista, em 1950.

As áreas da matemática privilegiadas nos seus artigos são a Análise, a Álgebra e a História. Os estudos de carácter histórico são relativos a personalidades (relata aspectos cruciais da vida de cada matemático, destacando o que entende de maior realce em cada um e tece comentários históricos que de algum modo se ligam ao homenageado) e/ou relativos a acontecimentos ligados à matemática. (Para mais detalhes consultar o Quadro nº 3 no Apêndice 3).

Durante a década de 50, publica 26 notas na secção “*Historiae ac Pedagogiae de Minutiis*”, da Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Estas notas, na área de Álgebra e de Análise, são essencialmente melhoramentos, observações ou demonstrações mais curtas de resultados já conhecidos.

Sublinhe-se que a maioria dos artigos está escrita em francês.

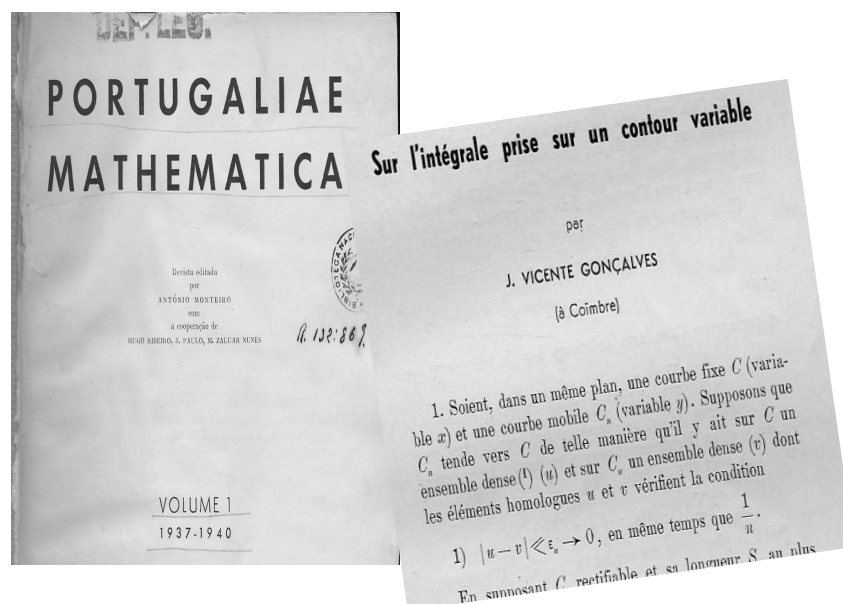


Figura nº 3: Artigo de Vicente Gonçalves na revista Portugaliae Mathematica

O Professor Vicente Gonçalves foi um dos primeiros a escrever obras didácticas para o ensino superior. Escreveu:

-*Lições de Cálculo e Geometria*, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1930.

-*Curso de Álgebra Superior*, Coimbra, Atlântida, 1933<sup>7</sup>.

Este Professor foi também dos poucos do ensino superior, desta época, a escrever manuais para o ensino liceal. Detalhamos este assunto na secção 1.3.2.

Existem ainda textos coligidos por alunos universitários com base nos apontamentos das aulas, publicados por editoras como a Scientia Editora e Victor Kaizeler, e outros textos publicados pela Liga dos Amigos da Biblioteca da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e pela Associação de Estudantes da mesma Faculdade. (Para mais detalhes, consultar o Quadro nº 4 no Apêndice 4).

Esperamos que esta breve descrição da actuação de Vicente Gonçalves possa transmitir a ideia de que, efectivamente, este matemático e professor teve um papel importante. O facto de ter leccionado em três grandes Universidades/Institutos portuguesas durante longos anos, ter contactado com muitos alunos do ensino superior, influenciado e apoiado vários nas suas carreiras, ter escrito uma grande quantidade de obras, algumas consideradas como verdadeiros tratados ao nível de outros matemáticos consagrados, ter incentivado de facto a investigação matemática entre os jovens matemáticos portugueses, tornam-no numa figura incontornável da História da Matemática em Portugal.

## 1.2. Sobre a comunicação matemática

Passamos a descrever o processo de comunicação e esclarecemos o conceito de comunicação e comunicação matemática. Enumeramos, segundo alguns autores, os modos de comunicar matemática e terminamos este subcapítulo divulgando as contribuições de Vicente Gonçalves para a comunicação matemática.

---

<sup>7</sup> Como o Curso de Álgebra teve três edições e significativamente diferentes, são consideradas como mais dois livros.

### 1.2.1. Caracterização e modos

Ouve-se frequentemente a frase “*a comunicação é um bem essencial no processo de ensino aprendizagem na disciplina de matemática*”, mas o que é a comunicação? Existe uma diversidade de significados para o que se entende por comunicação, desenvolveremos aqui aqueles com que mais nos identificamos.

Fiske (1995) em *Introdução ao estudo da comunicação*, afirma que a comunicação é uma actividade que todos sabem reconhecer, mas que poucos sabem definir.

No sentido etimológico, a palavra comunicação provém da palavra latina *communis*, que significa tornar comum, estabelecer comunhão, participar da comunidade através da troca de informações.

Comunicar envolve sempre um processo de transmissão e recuperação da informação. Nele estão envolvidos um emissor (o que envia a mensagem), um receptor (o que recebe a mensagem), um canal de comunicação (meio físico pelo qual a mensagem é transmitida ao receptor) e uma mensagem (conjunto de sinais, enviado pelo emissor ao receptor e que apenas fica clara através do comportamento de cada receptor). Para que o receptor possa entender o que o emissor pretende transmitir, tem de possuir um código de sinais comum ao que o emissor possui. Associado ao conceito de canal aparece o conceito de meio (recurso técnico ou físico que converte a mensagem num sinal capaz de ser transmitido ao longo do canal), por exemplo, o corpo humano, os livros e, em particular os manuais escolares, os jornais, a televisão, a rádio entre outros são meios de comunicação.

No artigo, *A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática*, o autor, João Pedro da Ponte (2007), refere que

*“Quer a comunicação em geral quer a comunicação matemática em particular podem ser entendidas segundo diferentes perspectivas (...) (i) a comunicação como organização e transmissão de informações; e (ii) a comunicação como um processo de interacção social.”*

O autor refere que estas diferentes perspectivas dependem daquilo que se pensa sobre a matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem, explicando que, se

*“Se considera que a Matemática é um conjunto de verdades objectivas, é natural que se entenda a comunicação como a transmissão de mensagens entre duas pessoas através de um processo linear e exterior aos indivíduos”,*

mas

*“(...) Se a Matemática é vista como uma construção cultural partilhada pelos intervenientes e as aulas são caracterizadas pelos processos de interacção social entre o professor e os alunos no contexto escolar, a comunicação pode passar a ser entendida como um processo de interacção social de contextos múltiplos, onde ocorrem processos de negociação de significados entre os intervenientes” .*

Também Brendefur e Frykholm (2000) propõem quatro modos de comunicação matemática: comunicação unidireccional, comunicação contributiva, comunicação reflexiva e comunicação instrutiva.

Comunicação unidireccional	Comunicação contributiva	Comunicação reflexiva	Comunicação instrutiva
O professor apodera-se do discurso da aula, apresenta os conceitos e explica a resolução dos exercícios	Já existe a participação dos alunos contudo essas intervenções são de baixo nível cognitivo.	Aquilo que o professor e os alunos fazem na aula torna-se subsequentemente um objecto explícito de discussão	É aquela em que o curso da experiência da sala de aula é alterado como resultado da conversação

Quadro 1

A comunicação envolve a capacidade de ler e escrever matemática e de interpretar conceitos. Nos programas oficiais da disciplina de Matemática podemos ler o seguinte sobre a importância da comunicação:

*"Considerando a estreita dependência entre os processos de estruturação do pensamento e da linguagem, há que promover actividades que estimulem e impliquem a comunicação oral e escrita, levando o aluno a verbalizar os seus raciocínios, explicando, discutindo, confrontando processos e resultados"* (Ministério da Educação, 1991, p. 16).

Luís Menezes (1999), em *Matemática, Linguagem e Comunicação*, refere a importância que a linguagem tem na comunicação, “A linguagem, em sentido lato, corresponde a um meio de comunicação utilizado por uma comunidade (...) para transmitir mensagens.” Quando se fala aqui em linguagem, refere-se à linguagem matemática, isto é, nas suas diversas componentes: linguagem escrita, linguagem oral e linguagem pictórica. O autor refere ainda que

*“As práticas dos professores têm uma forte componente de linguagem. Estas práticas estão muitas vezes embebidas das visões e dos valores dos professores, de entre outras, sobre o lugar da linguagem e da comunicação no ensino e na aprendizagem da matemática. A linguagem da aula de matemática, além das concepções dos professores, é influenciada por outros factores, como sejam as aprendizagens anteriores dos alunos, o nível sócio-cultural e a formação de professores.”*

Podemos acrescentar a esta lista o manual escolar de matemática, o qual se constitui, ainda, como um poderoso meio de comunicação matemática.

### **1.2.2. Contribuição de Vicente Gonçalves**

A actuação e obra do Professor Vicente Gonçalves podem ser analisadas segundo diversas perspectivas. Nesta subsecção, recorrendo à análise histórica, identificamos elementos que indiciam e, em muitos casos comprovam, a contribuição deste matemático para a comunicação matemática, nesta época. Esta divulgação abrange públicos e objectivos diferentes.

A actividade matemática em Portugal até aos finais do séc. XIX era praticamente desconhecida no estrangeiro, excepção feita ao trabalho notório de Pedro Nunes (1502-1578) e de Anastácio da Cunha (1744-1787). Nos finais do séc. XIX o matemático Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) publicou os seus trabalhos de investigação nas revistas científicas mais lidas no mundo, contribuindo assim para que Portugal ingressasse nos meios científicos internacionais. Contudo é a partir do séc. XX que o trabalho de um maior número de matemáticos portugueses é conhecido e reconhecido internacionalmente. A título de exemplo, mencionamos Aureliano de Mira



Fernandes (1884-1958) que publicou vários trabalhos sobre Geometria Diferencial e Cálculo Tensorial em revistas italianas e Vicente Gonçalves cujos trabalhos apesar de publicados em revistas portuguesas se tornaram conhecidos fora de Portugal (Costa 2001, p. 194).

Em que sentido é que podemos dizer que Vicente Gonçalves contribuiu para a divulgação/comunicação da matemática nesta época?

Embora não se conheçam, explicitamente, as intenções do Professor Vicente Gonçalves relativamente à comunicação matemática, baseando-nos em textos seus, consideramos que os seus objectivos estariam próximos dos seguintes: divulgar o trabalho de investigação, quer de matemáticos portugueses em Portugal e no estrangeiro, quer de matemáticos estrangeiros em Portugal, dada a sua preocupação em incentivar os jovens em fazer investigação matemática.

Esta postura está bem patente no prefácio do segundo volume dos Estudos de Matemática, Estatística e Econometria de 1957/58, intitulado *Confirmando*. Neste escrito Vicente Gonçalves explicita aquilo que entende por investigação científica (matemática) em Portugal. As frases seleccionadas comprovam o que afirmamos:

*“(...) cumpre prover-se de segura e actualizada informação daquelas actividades em que ambiciona cooperar.”*

*“(...) para que a ambição vingue e dê fruto, não deve tomar-se a informação de documentário importado: há-de ser nossa a selecção dos factos e de nossa indústria a sua composição. Coligindo estudaremos com dobrado empenho; compondo, investigamos, temos de investigar.”*

*“Porque uma composição original, coesa e esclarecedora, pressupõe necessariamente transfiguração, reelaboração e aformoseamento de materiais e doutrinas, - e a busca de novos fundamentos, novos enlaces, novas ressonâncias é indiscutivelmente autêntica investigação. Assim pensam os estudiosos que (...) escreveram este livro (...). Assim pensam e assim fazem.”* (Vicente Gonçalves, 1957/58)

As diversas actividades que desenvolveu, e que enumerámos na secção 1.1.3., permitiam-lhe conhecer aprofundadamente os estudos de alguns jovens matemáticos

portugueses, nomeadamente, Manuel Marques Esparteiro, Ruy Luís Gomes, José Sebastião e Silva, Peter Braumann, entre outros. Estudos estes que divulgava nos seus próprios livros. Um exemplo concreto é o caso do método de Silva, no Curso de Álgebra Superior (Costa, 2001).

Também os congressos científicos são momentos privilegiados de divulgação/comunicação da ciência. O facto do Professor Vicente Gonçalves participar com alguma frequência em congressos denota o seu contributo nesse sentido (ver Quadro nº 2 no Apêndice 2).

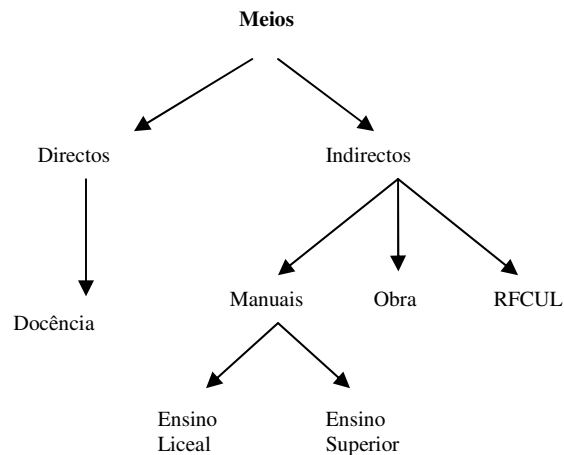
Outro aspecto que foi determinante para a divulgação da investigação matemática feita na época foi a iniciativa de Professor Vicente Gonçalves de criar a 2ª Secção A – Ciências Matemáticas, da Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, em 1950. Distinguimos esta revista por ter divulgado no estrangeiro estudos de matemáticos portugueses, dando-lhes assim a possibilidade de se tornarem conhecidos fora de Portugal, bem como de dar a conhecer em Portugal os trabalhos de matemáticos estrangeiros.

Os seus artigos eram maioritariamente escritos em francês, contudo possui um artigo em inglês. O facto de escrever numa das línguas mais utilizadas no meio matemático da época, facilitou a divulgação dos seus trabalhos e dos matemáticos a quem neles fazia referência. Os seus estudos versavam temas, à data actuais, sendo dos primeiros a introduzir em Portugal alguns desses tópicos.

Até aqui, focamos principalmente os contributos do Professor Vicente Gonçalves para a divulgação e comunicação da investigação matemática que era feita na altura, junto da comunidade científica. Agora vamos debruçar-nos sobre esses contributos, mas ao nível da docência e da autoria e divulgação dos seus manuais.

Neste contexto, a quem é que Vicente Gonçalves se dirigia? Quem era o seu público-alvo para essa comunicação da matemática? Os alunos, quer do liceu, quer do ensino superior (alguns dos quais jovens matemáticos portugueses que se tornaram grandes matemáticos, aos quais já nos referimos).

Que meios utilizou para este fim? Em nossa opinião utilizou meios directos e indirectos.



Esquema nº 1: Meios de divulgação utilizados por Vicente Gonçalves na difusão da matemática

Os meios directos estão intimamente ligados à docência. Preparava minuciosamente as aulas, actualizando-as quer na forma (para aprimorar os resultados habitualmente apresentados) quer no conteúdo dando a conhecer aos seus alunos temas de investigação matemática recentes à data. Estes meios directos foram, em nossa opinião, menos abrangentes, em virtude de irem poucos alunos assistir às suas aulas e só ter a duração do tempo lectivo.

Nos meios indirectos incluímos manuais para o liceu e para o ensino superior, a sua obra em particular (artigos) e a Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa 2ª Série A (à qual já nos referimos). Estes meios são claramente mais duradouros e abrangentes pelo que deixaram uma influência mais marcada.

Que particularidades existem na obra e na actuação do Professor Vicente Gonçalves para que estas se constituam como meios efectivos de difusão da matemática? Nos manuais do liceu há normalmente a inclusão de temas extra programa oficial, encontram-se também a inclusão de notas históricas e de referências bibliográficas. Em todos a linguagem é cuidada, rigorosa e precisa, porém nota-se uma maior simplicidade nos manuais do primeiro ciclo. Relativamente às referências históricas, são mais frequentes nos manuais do terceiro ciclo. Destacamos aqui o manual *Compêndio de Aritmética* para a 7ª classe pelo facto de possuir notas de rodapé de carácter pedagógico e a existência de referências bibliográficas, nomeadamente,

- “*Hoefer, Histoire des Mathématiques*”

-“Neugebauer, - *Vorlesungen uber Geschichte der Antiken Mathematischen Wissenschaften*” (Costa 2001).

Vicente Gonçalves dava a conhecer aos seus alunos os temas matemáticos recentes. Não bastando, ainda tinha o cuidado de reformular e reeditar os seus manuais, sempre com o objectivo de os melhorar e actualizar, procurando incentivar o gosto pela investigação nos seus alunos.

Os manuais para o ensino superior iam sendo actualizados com a introdução de temas recentes de investigação, quer de matemáticos portugueses quer de matemáticos estrangeiros, bem como a reformulação de algumas demonstrações. O Professor Vicente Gonçalves foi um dos primeiros a introduzir certos temas de matemática em Portugal, alguns dos quais vieram a ser desenvolvidos posteriormente em teses de doutoramento e outros estudos. É o caso das fracções contínuas e dos estudos desenvolvidos posteriormente por João Farinha (Costa 2001).

Vicente Gonçalves tinha um cuidado especial na divulgação da sua obra e da Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa 2ª Série A.

No caso dos manuais para o ensino liceal, já referimos que possuía uma rede de contactos constituída por amigos, reitores de liceus, antigos alunos e individualidades. Essa rede abarcava contactos em Portugal, mas também no estrangeiro, nomeadamente no Brasil, em Angola e em Espanha.

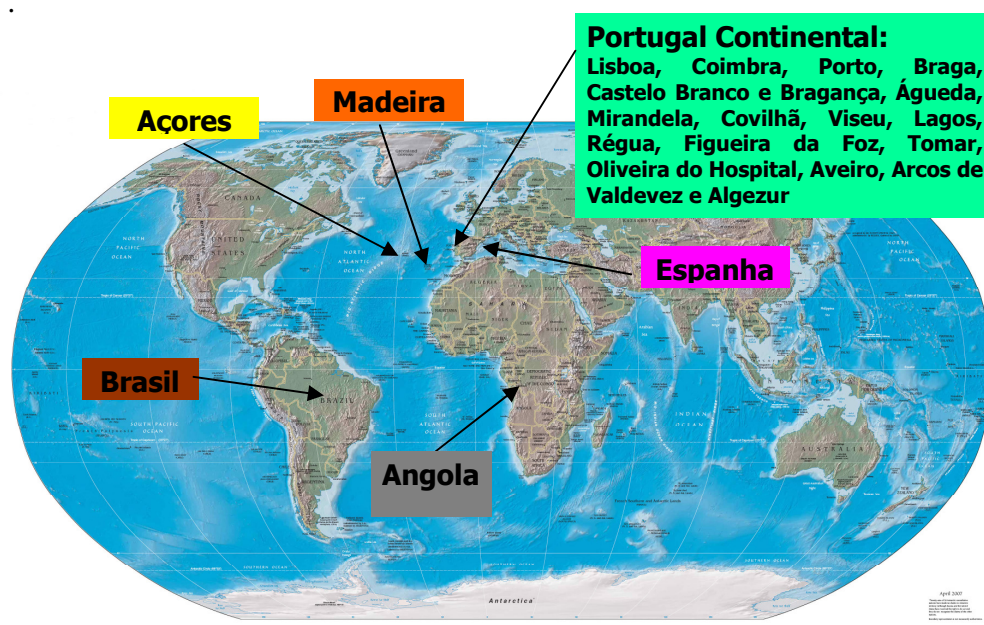


Figura nº4: Mapa de Vendas dos manuais de Vicente Gonçalves para o Ensino Liceal

Segundo Costa (2001), Lisboa, Coimbra, Porto, Braga, Castelo Branco e Bragança eram os locais onde se vendiam mais manuais de Vicente Gonçalves, contudo as vendas também abrangiam outras zonas do Continente (Águeda, Mirandela, Covilhã, Viseu, Lagos, Régua, Figueira da Foz, Tomar, Oliveira do Hospital, Aveiro, Arcos de Valdevez e Algezur) bem como zonas fora do continente, nomeadamente, nas ilhas da Madeira (Funchal) e nos Açores (Angra do Heroísmo).

Por cartas existentes no espólio de Vicente Gonçalves, (C. Costa e H. Malonek, 2007), comprova-se que ele enviava os seus manuais, especialmente o Curso de Álgebra Superior (apesar deste estar escrito em português) e artigos, a matemáticos estrangeiros, tais como Oskar Perron (1880 -1975) e Konrad Knopp (1882-1957).

Essas cartas mostram também que no caso da Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa 2ª Série A, o Professor Vicente Gonçalves era incansável na divulgação da mesma, especialmente, junto de matemáticos estrangeiros. Procurava estabelecer intercâmbio da revista com outras publicações estrangeiras. É prova disso uma carta existente no espólio de Vicente Gonçalves de Konrad Knopp em resposta a Vicente Gonçalves na qual é abordada a possibilidade de intercâmbio institucional de publicações.



Vicente Gonçalves



Konrad Knopp

Figura nº 5: Intercâmbio entre Vicente Gonçalves de Konrad Knopp

### 1.3. O manual escolar como meio de comunicação

Mantendo a intenção de afunilar a contextualização teórica que vimos fazendo ao longo deste capítulo, e de encaminhar o leitor para o estudo de campo efectuado e que é apresentado nos próximos capítulos, esta secção é dedicada ao manual escolar. Está organizada em duas subsecções: a primeira de carácter mais genérico e a segunda dedicada aos manuais do Professor Vicente Gonçalves para o ensino liceal.

#### 1.3.1. Caracterização, estatuto e funções do manual escolar

Nesta subsecção definimos o que se entende por manual escolar, reflectimos sobre o seu estatuto no ensino e aprendizagem e referimos funções dos manuais segundo alguns investigadores.

Na elaboração de manuais escolares os autores regulam-se pelas leis estabelecidas pelo governo, assim sendo, passamos a definir, segundo a legislação portuguesa, o que se entende por manual escolar. Iniciámos esta recolha na década de 80 do séc. XX.

De acordo com o artigo 2º do Decreto-lei nº 57/87, de 31 de Janeiro,

*“manual escolar é todo o instrumento de trabalho impresso e estruturado que se destina ao processo de ensino aprendizagem, apresentando uma progressão sistemática quanto aos objectivos e conteúdos programáticos e quanto à sua própria organização da aprendizagem”.*

Este Decreto-lei fixou o prazo de vigência dos programas curriculares em cinco anos e instituiu o processo de apreciação dos manuais escolares pelos estabelecimentos de ensino.

Segundo o artigo 2.º do Decreto-lei n.º 369/90 de 26 de Novembro,

*“ (...) entende-se por manual escolar o instrumento de trabalho, impresso, estruturado e dirigido ao aluno, que visa contribuir para o desenvolvimento de capacidades, para a mudança de atitudes e para a aquisição de conhecimentos*

*propostos nos programas em vigor, apresentando a informação básica correspondente às rubricas programáticas, podendo ainda conter elementos para o desenvolvimento de actividades de aplicação e avaliação da aprendizagem efectuada.”*

No artigo 1.º do Decreto-lei n.º 176/96, de 21 de Setembro, constam, entre outras, a definição de livro:

*“a) Livro: toda a obra impressa em vários exemplares, destinada a ser comercializada, contendo letras, textos e ou ilustrações visíveis, constituída por páginas, formando um volume unitário, autónomo e devidamente encapado, destinada a ser efectivamente posta à disposição do público e comercializada e que não se confunda com uma revista (... )“*

a de manual escolar, que é feita tendo por base a de livro:

*“g) Manual escolar: o instrumento de trabalho individual, constituído por um livro em um ou mais volumes, que contribua para a aquisição de conhecimentos e para o desenvolvimento da capacidade e das atitudes definidas pelos objectivos dos programas curriculares em vigor para cada disciplina, contendo a informação básica necessária às exigências das rubricas programáticas. Supletivamente, o manual poderá conter elementos para o desenvolvimento de actividades de aplicação e avaliação da aprendizagem efectuada; (...)”*

e a de livro auxiliar:

*“h) Livro auxiliar: o instrumento de trabalho individual ou colectivo, constituído por um livro em um ou mais volumes, que, propondo um conjunto de informação, vise a aplicação e avaliação da aprendizagem efectuada, destinado exclusivamente a um ano de escolaridade (...)”.*

A definição que figura nesta nova lei, não apresenta alterações, contudo veio apontar uma distinção de vários conceitos relacionados com a política do livro em geral.

Mais recentemente, segundo o artigo 3.º, alínea b), do Decreto-lei n.º 47/2006 de 28 de Agosto,

*“ «Manual escolar» o recurso didáctico-pedagógico relevante, ainda que não exclusivo, do processo de ensino e aprendizagem, concebido por ano ou ciclo, de apoio ao trabalho autónomo do aluno que visa contribuir para o desenvolvimento das competências e das aprendizagens definidas no currículo nacional para o ensino básico e para o ensino secundário, apresentando informação correspondente aos conteúdos nucleares dos programas em vigor, bem como propostas de actividades didácticas e de avaliação das aprendizagens, podendo incluir orientações de trabalho para o professor.”*

A definição que figura nesta lei apresenta algumas alterações, das quais destacamos o facto do manual já não ser considerado um recurso exclusivo e de poder incluir orientações de trabalho para o professor. Esta é a definição que se encontra em vigor actualmente.

Expomos agora o nosso entendimento de *manual escolar* o qual partilhamos com autores de reconhecido mérito. Gérard e Roegiers (1998, p.19) consideram que

*“Um manual escolar pode ser definido como um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia” .*

Magalhães Justino (1999) defende que

*“O livro escolar é um dispositivo pedagógico central do processo tradicional de escolarização” .*

Alain Choppin (1998) afirma que manual escolar

*“é definido por intenção explícita (título, prefácio, nível, público) ou manifesto (apresentação, estrutura interna) do autor ou do editor” .*



Santos (2001, p. 23) entende que o manual escolar constitui um

*“(...) importante suporte de conhecimentos para professores e alunos [que] é lido por um conjunto de pessoas com sistemas de representação dos saberes da escola e da sociedade muito diferenciados. Serve de elemento de ligação entre a escola e a família e constitui um relevante instrumento de regulação da prática pedagógica”*

Ao longo do tempo o entendimento sobre o que é o manual escolar foi variando. Do mesmo modo, o seu estatuto e funções sofreram igualmente alterações, que passamos a referir.

Segundo Magalhães (2000, p.286), o estatuto do manual escolar

*“(...) oscilou numa dialéctica triangulada: a) o manual escolar identifica-se com a escola, como método e disciplina e posteriormente como enciclopédia; b) o manual escolar constitui uma iniciação, uma conceptualização, uma remissão; c) o manual escolar, enquanto livro único constituiu-se como uma antropologia, uma visão total e organizada sobre o mundo”.*

Podemos dizer que, primeiramente, o manual escolar era visto como uma enciclopédia que continha os conceitos fundamentais ao conhecimento, passando depois, com o surgir da Escola Nova, a ser visto como *“uma abertura de caminhos, com vista à remissão para outras leituras e outras fontes de informação e formação”*, (Magalhães, 1999). Apesar destas variações de estatuto ocorridas ao longo do tempo, partilhamos a opinião de vários autores relativamente ao papel central desempenhado pelo manual escolar como recurso pedagógico nas várias fases.

Relativamente às funções do manual escolar, autores que estudam os materiais escolares defendem a multiplicidade de funções que estes instrumentos desempenham.

Richaudeau (1979) apresenta três funções. Afirma que estas não entram em conflito entre si, contudo relacionadas entre si podem favorecer uma função em relação a outra. Este autor defende que o manual escolar tem funções relativamente ao ponto de vista científico (serve para oferecer um certo número de conhecimentos, assim como a estratégia pedagógica defendida pelo manual); pedagógico (informação, estruturação e

organização da aprendizagem) e na perspectiva institucional (orientação para o mundo exterior por vias que não as formais).

Gérard e Roegiers (1998, p.81) defendem que as diferentes funções do manual variam consoante o destinatário é o aluno ou o professor. Segundo estes autores, no caso de o destinatário ser o aluno, as funções do manual podem ser relativas às “*aprendizagens escolares*” ou de “*interface com a vida quotidiana e profissional*”. Quando se referem às “*aprendizagens escolares*”, estes dizem respeito à “*transmissão de conhecimentos*”, ao “*desenvolvimento de capacidades e competências*”, à “*consolidação das aquisições*” e à “*avaliação das aquisições*”. Quando se referem à “*interface com a vida quotidiana e profissional*” estes dizem respeito à “*ajuda na integração das aquisições*”, à função de “*referência*” e de “*educação social e cultural*”. No caso de o destinatário ser o professor as funções do manual deveriam ser, essencialmente, de “*formação*”. As funções de “*formação*” poderiam ser caracterizadas da seguinte forma: função de “*informação científica geral*”, de “*formação pedagógica*”, de “*ajuda nas aprendizagens e na gestão das aulas*” e de “*ajuda na avaliação das aquisições*.” Sintetizamos estas funções, segundo os autores atrás referidos, no quadro seguinte.

<b>Funções relativas ao aluno</b>	<b>Funções relativas ao professor</b>
Aprendizagem	Formação
<i>Transmissão de conhecimentos:</i> o manual escolar permite transmitir conhecimentos, contudo o aluno não deve apenas repetir saberes, mas também exercer um saber-fazer cognitivo.	<i>Informação científica e geral:</i> como um professor não pode conhecer tudo, os manuais podem fornecer conhecimentos, complementos de informação.
<i>Desenvolvimento de capacidades e de competências:</i> o manual não permite apenas assimilar uma série de conhecimentos, mas visa igualmente a aprendizagem de métodos, atitudes ou até mesmo hábitos de trabalho e de vida.	<i>Formação pedagógica:</i> dar ao professor formação contínua, tendo em conta a evolução da didáctica das disciplinas
<i>Consolidação das aquisições</i> <sup>8</sup> : depois de se ter aprendido determinado saber ou saber-fazer deve-se exercer em diferentes situações para criar estabilidade, este é o papel das aplicações, exercícios.	<i>Ajuda nas aprendizagens e na gestão das aulas:</i> o manual pode fornecer instrumentos que permitam, no dia-a-dia melhorar as aprendizagens.
<i>Avaliação de conhecimentos:</i> é indispensável a qualquer aprendizagem, deveria determinar qual a remediação mais apropriada em relação às dificuldades de cada aluno no sentido de o levar a fazer progressões ou de ajudá-lo a melhorar a	<i>Ajuda na avaliação:</i> o manual pode conter instrumentos de avaliação para serem dados ao aluno.

<sup>8</sup> Segundo Gérard e Roegiers alguns manuais têm principalmente, ou até mesmo quase exclusivamente este objectivo.

sua progressão e localizando a origem das suas dificuldades.	
<b>Interface com a vida quotidiana e profissional</b>	
<i>Ajuda na integração das aquisições:</i> alcançar objectivos de integração dos saberes adquiridos, deve-se preparar o aluno a utilizar os saberes escolares para depois não ser incapaz de resolver situações diferentes das que deu na sala de aula.	
<i>Referência:</i> instrumento de que o aluno se serve para referenciar uma informação precisa e exacta.	
<i>Educação social e cultural:</i> um manual escolar pode não pretender exclusivamente desenvolver a aquisição do saber e do saber-fazer, pode também contribuir para o desenvolvimento do saber-ser, isto é que permita ao aluno encontrar o seu lugar no quadro social, familiar, cultura.	

Quadro 2

Actualmente, continuam a existir professores que utilizam, regularmente, o manual escolar na sala de aula, guiando-se, por vezes quase exclusivamente, por este. A nosso ver esta dependência tem como principal consequência o atribuir uma grande responsabilidade ao manual escolar (isto é, aos seus autores), ou seja, é o manual escolar que determina

*“a adopção da sequência e do grau de profundidade de abordagem dos vários temas científicos, o tipo de actividades de aprendizagem, as questões para avaliação, as figuras, as tabelas, os gráficos e os exemplos.”* (Brigas, 1997).

Em síntese, o manual escolar por possuir texto e imagens goza do estatuto de transmissor de conhecimento científico, atribuindo-se ao aluno o papel de adquirir conhecimento científico. O manual possui actividades, exercícios e propostas de resolução de problemas que contribuem para desenvolver as competências de pensamento crítico no aluno. No *Relatório Preliminar Matemática 2001 da APM*, os autores sugerem que

*“o manual escolar pode ser utilizado como uma forma de desenvolver a autonomia dos alunos, promover o espírito crítico e a comunicação matemática....”*

e afirmam que “*O manual escolar constitui um importante instrumento de trabalho para os alunos*” . Alertam ainda que

*“(...) o manual só cumpre o seu papel se for ser usado de modo a promover a capacidade de auto-aprendizagem e o espírito crítico dos alunos. Isso pode ser conseguido, por exemplo, através da leitura e análise do texto no estudo de um conceito ou assunto matemático. Pode-se também sugerir aos alunos a realização de sínteses escritas a partir do estudo no manual ou a preparação de um tópico (ou actividade), seguida da sua apresentação em aula.”*

### **1.3.2. Os manuais escolares de Vicente Gonçalves**

O Professor Vicente Gonçalves dedicou a sua atenção ao ensino liceal publicando cinco obras, todas com aprovação oficial e abrangendo todos os anos do curso dos liceus, a saber:

-Compêndio de Álgebra para as 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> classes do curso dos liceus, 1<sup>o</sup> fascículo (3<sup>a</sup> classe), Porto, 1935.

-Aritmética prática e Álgebra para os anos 1<sup>o</sup>, 2<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> do curso dos liceus, Famalicão, 1937.

-Compêndio de Álgebra e Trigonometria para os anos 4<sup>o</sup>, 5<sup>o</sup> e 6<sup>o</sup> do curso dos liceus, Porto, 1937.

-Compêndio de Álgebra (3<sup>o</sup> ciclo), Famalicão, 1937.

-Compêndio de Aritmética (3<sup>o</sup> ciclo), Famalicão, 1939.

Também nesta vertente da sua actividade profissional se percebe a importância dada por Vicente Gonçalves à divulgação do saber matemático, quer pela qualidade, rigor e actualidade que imprimia aos seus manuais, quer no empenho colocado na sua posterior divulgação/venda.

Nesta subsecção, começamos por nos referir aos cuidados que tinha na elaboração dos seus manuais, seguindo-se uma breve descrição dos aspectos que tinha em conta na divulgação dos mesmos.

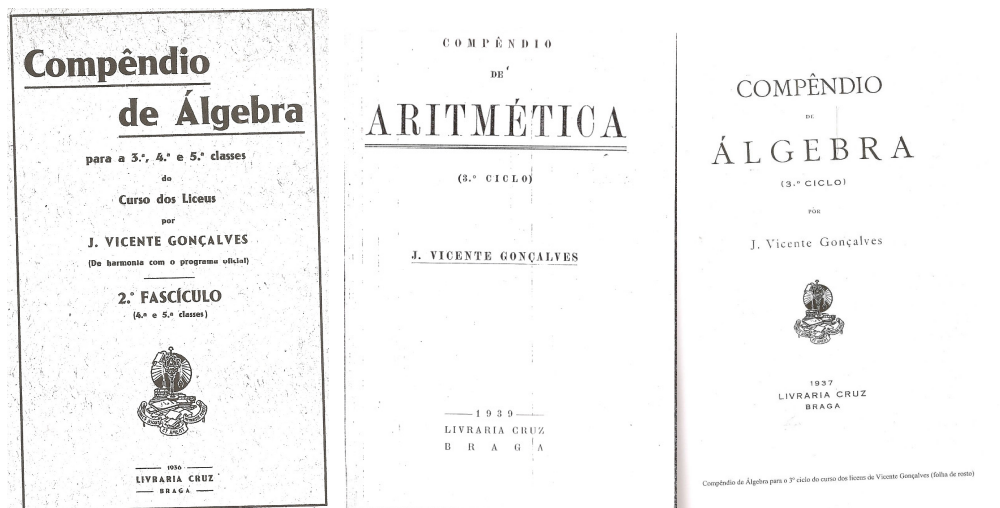


Figura nº 6: Manuais escolares para o ensino liceal

Segundo Costa (2001) observando os dois manuais do 2º ciclo, a saber, *Compêndio de Álgebra e Trigonometria e Aritmética Prática e Álgebra*<sup>9</sup>, apercebemo-nos que a linguagem usada é cuidada, rigorosa e precisa. Mas a autora refere que “*mais simples que a utilizada nos compêndios para o 3º ciclo*”. Em todos os seus manuais o Professor Vicente Gonçalves, encaminha o leitor na sua leitura, havendo assim continuidade na apresentação dos assuntos. Apresenta vários exemplos e propõe a resolução de vários exercícios, com a respectiva resolução. Costa (2001) nota um maior número de exemplos e exercícios nos manuais do 2º ciclo do que nos manuais do 3º ciclo. No geral não contêm notas históricas apenas encontra casos pontuais. Destaca o recurso a imagens, especialmente na parte de Trigonometria e no capítulo “Sistema métrico”.

Para Costa (2001) um aspecto que merece atenção especial são os problemas propostos que se encontram na secção de exercícios,

*“Em primeiro lugar porque, em Aritmética prática e Álgebra para as 1ª, 2ª e 3ª classes na parte da Aritmética Prática são quase sempre incluídos problemas nos exercícios propostos e no Compêndio de Álgebra e Trigonometria para as 4ª, 5ª e 6ª classes os problemas aparecem, obviamente, nos capítulos sobre Problemas, mas também inseridos noutros capítulos. Em segundo lugar pela*

<sup>9</sup> Segundo Costa (2001) o 2º fascículo (4ª e 5ª classes) do *Compêndio de Álgebra* de 1936, encontra-se incluído, parte no *Compêndio de Álgebra e Trigonometria* e parte no *Aritmética Prática e Álgebra*. Razão pela a qual a autora faz as suas observações, relativamente aos manuais do 2º ciclo, nestes dois últimos manuais.

---

*variedade dos problemas apresentados e dos contextos escolhidos, e por fim pela característica de Vicente Gonçalves de “contador de historias” a que se referiu um dos seus sobrinhos e que se reconhece nos enunciados.”*

Relativamente aos manuais para o 3º ciclo do curso dos liceus, a saber, Compêndio de Álgebra e Compêndio de Aritmética, Costa (2001) verifica o rigor e precisão que existe nos seus textos e novamente, nota que este encaminhava o leitor por entre as definições, os teoremas, as demonstrações e os exemplos que se encontram nos dois manuais. Refere ainda que no Compêndio de Álgebra para além de vários exercícios repetitivos e de mera mecanização encontramos alguns interessantes, devido à ligação que estabelece entre a álgebra e a geometria analítica, pela ligação ao real e pela originalidade do contexto escolhido. Cecília Costa refere ainda que “*A profundidade e abstracção com que os temas são tratados estão longe da forma intuitiva e experimental com que são tratados actualmente no ensino secundário*”. O Compêndio da Aritmética por razões desconhecidas não se vendeu, apesar de ter sido o único com aprovação oficial.

Segundo Costa (2001), todo o processo de edição destes cinco manuais foi acompanhado pelo Professor Vicente Gonçalves. Nesta actividade, evidenciou preocupações de índole pedagógica e de gestão. Para divulgação e posterior adopção dos seus manuais possuía uma vasta e diversificada rede de contactos.

Relativamente à preocupação pedagógica Costa (2001) refere que o autor “*tem consciência que os seus textos são duros, esforçando-se por corrigir esse aspecto; mas as suas preocupações pedagógicas não se ficam pela tentativa de amaciar os textos*”. Sublinha ainda o facto de o autor pretender submeter o seu trabalho à revisão de outrem,

*“demonstrando assim que por um lado entende que a elaboração de um manual escolar comporta duas vertentes, a saber, a científica e a pedagógica; e por outro lado, não receia expor o seu trabalho”.*

No que diz respeito à preocupação de gestão a mesma autora afirma que fica claro da leitura da correspondência entre o Professor Vicente Gonçalves e o editor que é aquele quem decide o preço dos manuais, o número de ofertas, a forma e altura de divulgação, o número de exemplares que devem ser cartonados e os locais para onde devem ser enviados. É também ele quem entrega os seus manuais para a apreciação e

aprovação pela Junta Nacional de Educação e, ainda quem verifica minuciosamente as contas, a cargo da editora, no final de cada ano. Pede periodicamente o mapa das vendas para o controle de vendas e para estabelecer estratégias de *marketing*.

Para melhor controlar a divulgação e venda dos seus manuais, estabeleceu uma rede de contactos que incluía, entre outros, vários reitores de liceus, amigos, antigos alunos e individualidades que mantinha sempre de modo confidencial, como já foi referido anteriormente.

## Capítulo 2 – Metodologia

Neste capítulo descrevemos e justificamos as opções que tomámos relativamente aos aspectos metodológicos. Descrevemos as quatro fases do trabalho de pesquisa; desenvolvemos e justificamos as técnicas e procedimentos de recolha de dados utilizados, bem como, os procedimentos de análise de dados que adoptámos neste estudo. Terminámos o capítulo fazendo a caracterização dos participantes no estudo.

### 2.1. Opções metodológicas

O trabalho de pesquisa foi desenvolvido em quatro fases. Uma primeira fase de análise histórica para identificação de elementos que pudessem comprovar a contribuição do Professor Vicente Gonçalves para a comunicação da matemática no ensino liceal, na primeira metade do século XX. Estes aspectos foram apresentados no capítulo I e serviram de contextualização ao trabalho de campo realizado nas fases de investigação posteriores e que importa agora descrever. No trabalho de campo contámos com a participação de três turmas de três anos de escolaridade, a saber: 5º, 8º e 12º anos.

A segunda fase foi dedicada à identificação e selecção dos temas abordados em manuais de Vicente Gonçalves e que ainda fazem parte dos programas oficiais da disciplina de Matemática (ainda que em anos de escolaridade diferentes) que iriam ser utilizados, posteriormente, nos questionários e entrevista. Nesta fase recorreu-se, essencialmente, à consulta bibliográfica (de manuais e dos programas oficiais) e à análise de conteúdo, seguindo [Bardin 1977] e [Ponte 1994] para a descrição sobre o modo como são abordados os conceitos seleccionados para cada ano lectivo, no respectivo manual do Professor Vicente Gonçalves e no manual adoptado nas turmas participantes.

Na terceira fase, foi nosso interesse estudar a proximidade do aluno com o seu manual escolar e motivar um primeiro contacto entre os alunos e os excertos de manuais



de Vicente Gonçalves. Nesse sentido realizámos dois questionários. O questionário I intitulado “*Proximidade do aluno com o seu manual escolar de matemática*” (ver anexo 1) e o questionário II intitulado “*Manuais do Professor Vicente Gonçalves entre os alunos de 2008*” (ver anexo 2).

Na quarta fase, foi nosso interesse saber, como gostaria o aluno, que os assuntos abordados nos dois manuais, fossem retratados num manual. Neste sentido pedimos aos alunos, que elaborassem um excerto de manual, explicando os conceitos. Intitulamos esta fase de “*O recorte feito pelo aluno*”. Esta fase era facultativa, só participaram os alunos que assim o desejaram.

Passamos a justificar as nossas escolhas relativamente aos questionários.

Existem dois tipos de questões. As questões de resposta aberta e as de resposta fechada<sup>1</sup>. Nas questões de resposta aberta o inquirido pode dar uma resposta tão longa quanto queira; já nas de resposta fechada o inquirido apenas selecciona a opção, de entre as apresentadas, a que mais se adequa à sua opinião. Em ambas existem vantagens e desvantagens, passamos a enumerar algumas delas.

As questões de resposta aberta têm como vantagens: prezar o pensamento livre e a originalidade e permitir uma recolha diversificada de opiniões, pois possibilita a existência de respostas mais variadas, mais representativas e fiéis da opinião do inquirido. Têm como desvantagens: dificuldade em organizar e categorizar as respostas, por vezes dificuldade em entender a caligrafia, necessidade de um certo tempo para responder às questões e, em caso de baixo nível de escolaridade dos inquiridos, as respostas podem não representar a opinião real.

As questões de resposta fechada têm como vantagens: possuir rapidez e facilidade de resposta, bem como rapidez e simplificação na análise das respostas sendo assim mais fácil categorizar as respostas para posterior análise. Têm como desvantagens: dificuldade em elaborar as respostas a determinadas questões, não possibilitar a originalidade e o inquirido poder optar por uma resposta que se aproxima mais da sua opinião, não sendo esta uma representação fiel da realidade.

Utilizámos o tipo de questão de resposta fechada na elaboração do questionário I, uma vez que, o tipo de questões permitia categorizar as respostas. No questionário II utilizámos o tipo de questão de resposta aberta, pois, esta permite que os alunos

---

<sup>1</sup> Também é usual aparecerem questões dos dois tipos no mesmo questionário, sendo este considerado misto.

elaborem uma explicação por suas próprias palavras, acerca de uma, questão, palavra/conceito proposta por nós.

Na quarta e última fase, procedemos a uma ilustração à escala individual, recorrendo ao estudo de caso, com quatro alunos de cada uma das turmas participantes. Após a implementação do questionário I e II e efectuadas as respectivas análises, recorremos a uma entrevista semi-estruturada, pois esta permite aprofundar as respostas dadas pelos alunos, bem como avançar com novas questões.

Passamos a justificar as nossas escolhas relativamente à entrevista.

Existem vários tipos de entrevista: não estruturada, estruturada e semi-estruturada. Em seguida fazemos uma breve caracterização de cada uma delas.

A entrevista não estruturada (informal, aberta, etnográfica, *in-depth*), desenvolve-se no proceder de uma conversa, as questões surgem do contexto imediato não existindo nenhum guião prévio estruturado. Apresenta como vantagem o permitir individualizar as questões, possibilitando uma melhor comunicação. Advém daí uma desvantagem, essas mesmas questões podem levar muito tempo a serem abordadas por diferentes pessoas.

Numa entrevista estruturada (*standard*, sistemática), as questões colocadas são previamente escritas, o que permite minimizar a variação entre as questões postas aos entrevistados. Assim sendo, uma vantagem deste tipo de entrevista é a facilidade de análise posterior. Uma das desvantagens é não permitir espontaneidade por parte do entrevistado, condicionando-o a uma resposta.

Relativamente à entrevista semi-estruturada, esta permite elaborar um guião antecipadamente preparado e que serve de eixo orientador ao desenvolvimento da entrevista. O guião garante que todos os participantes respondam às mesmas questões. Este tipo de entrevista não exige uma ordem rígida nas questões, o seu desenvolvimento vai-se adaptando ao entrevistado, existindo um elevado grau de flexibilidade na exploração das questões.

A selecção dos alunos para a entrevista foi feita por nós, mediante as respostas que estes deram nos questionários. Ponderámos o que seria mais proveitoso para o nosso estudo. Assim, tivemos como critério de selecção dos alunos para a entrevista, os que à partida se mostraram com maior potencial para uma melhor exploração do estudo. Elaborou-se um guião de entrevista para cada aluno.

A nossa intenção foi não interferir no estudo em questão, mas sim, dar a conhecer as opiniões dos alunos, tal qual nos foram apresentadas, sem qualquer tipo de

manipulação ou controlo, com o intuito de encontrar respostas para as questões do estudo e de gerar novas questões para futura investigação. Nesse sentido, consideramos adequado escolher, primeiramente e para um número maior de alunos, uma abordagem de tipo quantitativo, passando a uma abordagem qualitativa, nomeadamente, do tipo estudo de caso, aquando do afunilamento do estudo aos quatro alunos de cada turma. Esta última metodologia é adequada aos nossos objectivos, pois segundo Ponte, 1994,

*“Visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, evidenciando a sua unidade e identidade próprias. É uma investigação que se assume com a particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico”.*

Também segundo Yin (1984),

*“Um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica. Baseia-se fortemente no trabalho de campo. Estuda uma dada entidade no seu contexto real, tirando todo o partido possível de fontes múltiplas de evidência como entrevistas, observações, documentos e artefactos”.*

O estudo de caso possui ainda, como características, o permitir recolher os dados utilizando diversos meios, (observações directas e indirectas, entrevistas, questionários, registos de áudio e vídeo, diários, cartas, entre outros); permite analisar mais do que uma entidade (pessoa, grupo, organização). Não são utilizadas formas experimentais de controlo ou manipulação, contudo os resultados dependem fortemente do poder de integração do investigador. Permite ainda o uso de questões do tipo "como?" e "porquê?" entre outras características.

## 2.2. Descrição dos manuais escolares utilizados no estudo

Para a construção do questionário II e do guião da entrevista recorremos a partes de manuais escolares do Professor Vicente Gonçalves e aos adoptados nas turmas participantes no estudo. Nesta secção fazemos a caracterização dos manuais utilizados em termos de organização e grafismo, bem como a descrição da abordagem efectuada nos mesmos aos conceitos que foram escolhidos para análise.

### 2.2.1. Sobre os manuais de Vicente Gonçalves

Para a preparação do trabalho de campo, demos especial atenção a dois manuais do Professor Vicente Gonçalves para o ensino liceal, a saber: Aritmética prática e Álgebra para os anos 1º, 2º e 3º do curso dos liceus, Famalicão, 1937 e o Compêndio de Álgebra e Trigonometria<sup>2</sup> para as 4ª, 5ª e 6ª classes do Curso dos Liceus de 1937.

Seguidamente descrevemos estes dois manuais, dando destaque à organização e ao grafismo. Efectuamos, também, a descrição da abordagem que é feita ao tema ou temas seleccionados de cada um dos manuais.

Aritmética prática e Álgebra para os anos 1º, 2º e 3º do curso dos liceus, Famalicão, 1937.

*Organização e grafismo:*

Este Compêndio é constituído por duas partes que se desenvolvem em cerca de 325 páginas. A primeira parte está dividida em onze capítulos e a segunda em sete, sendo os primeiros seis direccionados ao 1º ano, os cinco seguintes ao 2º ano e os restantes sete ao 3º ano:

Capítulo I – Noção intuitiva das quatro operações fundamentais sobre números inteiros;

---

<sup>2</sup> Em [Costa, 2001] a autora refere o facto de o Compêndio de Álgebra para a 3ª, 4ª e 5ª classes também ser vendido em fascículos, um referente à 3ª classe e outro referente às 4ª e 5ª classes e, assim, o Compêndio de Álgebra e Trigonometria para a 4ª, 5ª e 6ª classes conter aquele segundo fascículo, embora se note um trabalho de reordenação e estruturação de alguns temas.

Capítulo II – Propriedades e regras das operações fundamentais: I Adição. Propriedades e regras, II Subtração, III Multiplicação. Propriedades e regras, IV Divisão. Propriedades e regras;

Capítulo III – Novos métodos de cálculo: I Complemento aritmético, II Cálculo exponencial, III Expressões numéricas;

Capítulo IV – Divisibilidade: I Critérios de divisibilidade; II Máximo divisor comum e menor múltiplo comum; III Números primos;

Capítulo V – Fracções ordinárias: I Generalidades, II Comparação de fracções, III Operações sobre fracções;

Capítulo VI – Cálculo decimal: I Números decimais;

Capítulo VII – Cálculo de expressões numéricas de termos fraccionários;

Capítulo VIII – Raiz quadrada: I Números Inteiros, II Números fraccionários;

Capítulo IX – Sistema métrico: I Sistema métrico decimal, II Outras unidades;

Capítulo X – Números complexos: I generalidades;

Capítulo XI – Proporcionalidade: I Razões e proporções geométricas, II Regra de três;

Capítulo XII – Números: I Números Relativos, II Adição e subtração, III Relações de grandeza;

Capítulo XIII – Multiplicação e divisão. Expressões numéricas: I Multiplicação, II Divisão, III Expressões numéricas;

Capítulo XIV – Expressões algébricas: I Igualdade. Operações;

Capítulo XV – Polinómios inteiros: I Monómios, II Polinómios inteiros, III Multiplicação de polinómios inteiros, IV Divisão de polinómios inteiros;

Capítulo XVI – Fracções algébricas: I Simplificação. Redução ao mesmo denominador, II Operações com fracções algébricas;

Capítulo XVII – Equações do primeiro grau a uma incógnita: I Estudo e resolução, II Princípio de equivalência;

Capítulo XVIII – Sistema de duas equações do primeiro grau e duas incógnitas: I Discussão e resolução, II Métodos de resolução.

No final de cada capítulo há um conjunto de exercícios e as respectivas soluções. Principalmente na primeira parte existem figuras e tabelas. É usado somente um tipo de letra, utilizando negrito muito pontualmente.

Neste manual seleccionámos dois assuntos: a propriedade comutativa da adição e o máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, que se localizam, respectivamente, no capítulo II (página 12) e IV (página 60 e 61). Esta escolha deveu-se ao facto de estes serem assuntos que são actualmente abordados, respectivamente, no 5º e 8º anos obtendo assim a opinião de alunos de início do 2º ciclo e alunos do 3º ciclo. Em seguida efectuamos a descrição destas partes que foram apresentadas aos alunos.

### Propriedade comutativa da adição

#### *Descrição:*

O autor desenvolve este capítulo num total de 29 páginas sendo as últimas duas dedicadas à prática de exercícios contendo as soluções destes. O autor inicia o capítulo enunciando a propriedade comutativa da adição:

**8. Propriedades da adição.** Reünindo num só fio as contas de vários fios, em nada importa a ordem por que êles se vão juntando: no final, são sempre as mesmas, as contas.

Em seguida relaciona o organizar de um colar de missangas com a ordem das parcelas. Só depois enuncia a propriedade:

Por isso também

**a) A soma não depende da ordem das parcelas**  
(*propriedade comutativa*).

Finaliza a exposição sobre a propriedade comutativa ilustrando com um exemplo:

Por exemplo:

$$2 + 3 + 4 = \overbrace{1+1}^2 + \overbrace{1+1+1}^3 + \overbrace{1+1+1+1}^4$$

$$2 + 4 + 3 = \overbrace{1+1}^2 + \overbrace{1+1+1+1}^4 + \overbrace{1+1+1}^3$$

37. Máximo divisor comum.	38. Menor múltiplo comum.
18 é divisível por 1, 2, 3, 6, 9, 18	4 tem por múltiplos 4, 8, 12, 16, 20, 24,...
e 12 também o é por 1, 2, 3, 6, 12	e os de 6 são 6, 12, 18, 24, 30,...

Dêstes, o maior — 6 — é o máximo divisor comum (m. d. c.).	Dêstes, o menor — 12 — é o menor múltiplo comum (m. m. c.).
--	---

Em seguida, generaliza dizendo que,

De uma maneira geral,	De uma maneira geral,
Máximo divisor comum de vários números é o maior número que os divide a todos.	Menor múltiplo comum de vários números é o me- nor número que por todos é divisível.

Faz referência para o que acontece quando um dos números divide todos os outros e quando um dos números é divisível pelos outros,

Evidentemente,	Evidentemente,
a) Quando um dos números dados divide to- dos os outros, esse é o m. d. c.	a) Quando um dos números dados é divisível pelos outros, esse é o m. m. c.
Por exemplo, tratando- -se de 6, 12 e 18	Por exemplo, tratando- -se de 4, 6 e 12,
6 é o m. d. c.	é 12 o m. m. c.

Compêndio de Álgebra e Trigonometria para as 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> classes do Curso dos Liceus de 1937

*Organização e grafismo:*

O Compêndio de Álgebra e Trigonometria é constituído por duas partes: primeira parte – Álgebra e segunda parte – Trigonometria; que se desenvolvem em cerca de 250 páginas.



A primeira parte está dividida em nove capítulos e a segunda em quatro capítulos, sendo os primeiros cinco dedicados à 4ª classe, os dois seguintes à 5ª e os restantes seis à 6ª. Listamos em seguida estes capítulos:

Capítulo I – Sistemas do primeiro grau a três incógnitas: I Introdução, II Sistemas de três equações;

Capítulo II – Desigualdades do primeiro grau: Generalidades;

Capítulo III – Problemas do primeiro grau: I Problemas teóricos, II Aplicações;

Capítulo IV – Números Irracionais: Definição. Aproximações;

Capítulo V – Potências. Raízes: I Potências de expoente inteiro, II Radicais. III Potências de expoente fraccionário;

Capítulo VI – Equações e problemas do segundo grau: I Equações do segundo grau; II Problemas do segundo grau;

Capítulo VII – Limites: Sucessões;

Capítulo VIII – Funções. Sua representação geométrica: I Variáveis e funções, II Representação gráfica;

Capítulo IX – Logaritmos: I Logaritmos em geral, II Logaritmos decimais, Cálculo logarítmico;

Capítulo X – Funções circulares: I Arcos e ângulos, II Funções circulares;

Capítulo XI – Propriedades das funções circulares: I Seno, II Co-seno, III Tangente e Co-tangente;

Capítulo XII – Adição e subtracção de arcos: Co-seno de soma;

Capítulo XIII – Cálculo trigonométrico: I Tábuas trigonométricas; II Aplicações.

No final de cada capítulo há um conjunto de exercícios e as respectivas soluções. Existem figuras, tabelas e gráficos, principalmente na segunda parte. É usado somente um tipo de letra, o negrito é utilizado muito pontualmente.

O assunto que seleccionámos deste manual foi o conceito de Logaritmo, que se localiza no capítulo IX (página 132). Esta escolha deveu-se ao facto de este ser um assunto que é actualmente abordado, pela primeira vez, no 12º ano de escolaridade o que permite ter a opinião de alunos com faixa etária superior a 17 anos. Em seguida efectuamos a descrição desta parte que foi apresentada aos alunos.

## Logaritmo

### *Descrição:*

O autor desenvolve este capítulo num total de 33 páginas sendo as últimas duas páginas dedicadas à prática de exercícios contendo as soluções destes. O autor inicia o capítulo definindo o conceito de logaritmo:

**47. Generalidades.** Dados dois números positivos  $N$  e  $B$ , este último diferente da unidade, chama-se *logaritmo de  $N$  na base  $B$*  aquele número  $l$  a que é preciso elevar  $B$  para se obter  $N$  <sup>(1)</sup>. Por sua vez,  $N$  é o *antilogaritmo* de  $l$ .

Entre os três números  $N$ ,  $B$  e  $l$  existe pois a relação

1)

$$N = B^l.$$

Coloca em nota de rodapé a observação do que sucede à potência  $B^l$  caso  $B$  seja um número maior que 1 e  $l$  um número irracional,

<sup>(1)</sup> Supondo  $B > 1$ , a potência  $B^l$ , quando  $l$  é irracional, é o número superior a todas as potências menores (de menor expoente) e inferior a todas as potências maiores, umas e outras de *expoente racional*. Seria o contrário na hipótese  $B < 1$ .

Seguidamente indica como se denota este novo conceito, fazendo também, em rodapé, referência à origem da palavra logaritmo,

Para exprimir que  $l$  é o logaritmo <sup>(2)</sup> de  $N$  escreve-se

2)

$$l = \log_B N.$$

<sup>(2)</sup> Logaritmo vem do grego *logos* (relação) e *arítmos* (número).

Finaliza ilustrando com um único exemplo.

Por exemplo,

$$2 = \log_{10} 100,$$

pois

$$100 = 10^2$$

### 2.2.2. Sobre os manuais adoptados nas turmas participantes

Passamos a descrever a parte do manual, adoptado no ano lectivo de 2007/08 nas turmas do 5º, 8º e 12º anos participantes no estudo.

O manual adoptado na turma do 5º ano de escolaridade foi:

Matemática, de Maria Augusta Neves, Luísa Faria e Alexandre Azevedo, da Porto Editora

*Organização e grafismo:*

O manual divide-se em três livros, 1ª parte, 2ª parte e 3ª parte, tendo cada livro 94, 79 e 80 páginas, respectivamente. As três partes estão divididas em unidades estando estas subdivididas, cuja síntese é apresentada no Quadro 3.

1ªParte	2ªParte	3ªParte
<p><u>Unidade 1: Sólidos Geométricos</u></p> <p>1. Poliedros e não poliedros</p> <p>2. Faces, arestas e vértices de um poliedro</p> <p>3. Figuras geometricamente iguais</p> <p>4. Polígonos e segmentos de recta</p> <p>5. Classificação dos prismas e das pirâmides</p> <p>6. Planificação da superfície de um sólido</p>	<p><u>Unidade 4: Áreas. Multiplicação</u></p> <p>1. Superfícies e Áreas</p> <p>2. Medir áreas usando os sistemas métricos</p> <p>3. Fórmulas para calcular a área do quadrado e do rectângulo.</p> <p>4. Cálculo de áreas por enquadramento. Áreas de figuras compostas</p> <p>5. Perímetros e Áreas</p> <p>6. Multiplicação. Propriedade comutativa da multiplicação</p> <p>7. Propriedade associativa da</p>	<p><u>Unidade 6: Ângulos e Triângulos</u></p> <p>1. Segmentos de recta, semi-rectas e rectas.</p> <p>2. Posição relativa de duas rectas no plano.</p> <p>3. Ângulos</p> <p>4. Amplitude de um ângulo</p> <p>5. Classificação de triângulos. Soma de ângulos internos de um triângulo.</p>

	<p>multiplicação</p> <p>8. Propriedade distributiva da multiplicação</p> <p>9.Multiplicação com números decimais.</p> <p>Multiplicação por 10, 100, ...</p> <p>10.Expressões numéricas</p> <p>11.Múltiplos de um número</p> <p>12.Potências. Expressões numéricas</p>	
<p><u>Unidade 2: Números inteiros e números decimais. Adição e subtração.</u></p> <p><u>Perímetros</u></p> <p>1.Conjuntos numéricos. Relação de pertença</p> <p>2.Leitura e escrita de números inteiros com três ou menos algarismos</p> <p>3. Leitura e escrita de números inteiros com mais de três algarismos</p> <p>4.Números decimais menores que a unidade</p> <p>5. Números decimais superiores à unidade</p> <p>6. Ordenação de números</p> <p><b>7.Adição e propriedades da adição</b></p> <p>8. Subtração</p> <p>9.Medidas de comprimento</p> <p>10.Perímetros</p> <p>11.Expressões numéricas. Problemas</p>	<p><u>Unidade 5: Divisão</u></p> <p>1.Divisão como operação inversa da multiplicação</p> <p>2.Divisão exacta e divisão inteira</p> <p>3.A máquina de calcular na divisão</p> <p>4.Divisão por 10,100,1000</p> <p>5.Divisão por 0,1;0,01;0,001</p> <p>6.Divisores de um número</p> <p>7.Critérios de divisibilidade por 2,5,10 e 100.</p> <p>8.Problemas e expressões numéricas.</p> <p>9. Números partitivos.</p>	<p><u>Unidade 7: Volumes</u></p> <p>1.Volumes. Sólidos equivalentes.</p> <p>2.Medidas de volume.</p> <p>3.Medidas de capacidade.</p> <p>4.Fórmulas do volume do paralelepípedo e do cubo.</p> <p>5. Resolução de problemas usando volumes.</p>
<p><u>Unidade 3: Estatística</u></p> <p>1. Leitura e interpretação dos dados</p> <p>2.Tabelas de frequências</p> <p>4. Pictogramas</p> <p>5.Leitura e interpretação de gráficos de barras</p>		<p><u>Unidade 8: Números Fraccionários.</u></p> <p><u>Adição e subtração.</u></p> <p>1. Introdução ao estudo das fracções.</p> <p>2.A fracção como representação do quociente de dois números inteiros.</p> <p>3.Leitura de fracções. Fracções e decimais. Números racionais.</p> <p>4.A fracção como parte de um todo.</p> <p>5. Fracções impróprias.</p> <p>6. Fracções equivalentes</p> <p>7. Simplificação de fracções.</p> <p>Fracção irredutível.</p> <p>8.Comparação de números racionais</p> <p>9.Adição e subtração de números racionais com o mesmo</p>

		denominador 10. Adição e subtração de números racionais com denominadores diferentes 11. Fração de uma quantidade.
--	--	--

Quadro 3

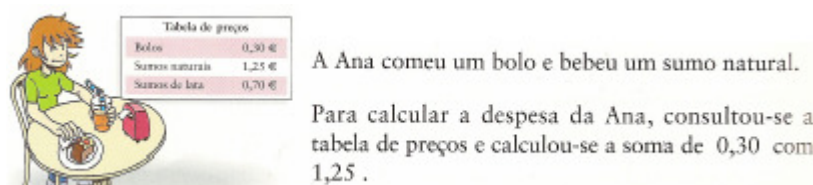
Ao longo de cada unidade existe uma sequência de exercícios para orientar discussões e reflexões sobre a matéria. No final de cada unidade tem uma ficha de auto-avaliação e actividades de investigação. Existem figuras, tabelas e esquemas. São usados vários tipos de letra, maiúsculas, minúsculas, itálicos e cores.

Passamos a descrever a parte do desenvolvimento que foi colocada no questionário II.

### Propriedade comutativa da adição

#### *Descrição:*

A parte dedicada à propriedade comutativa da adição encontra-se na Unidade 2: Números inteiros e números decimais. Adição e subtração. Perímetros, na página 44. Os autores introduzem a propriedade comutativa da adição recorrendo a uma ilustração da vida real, a partir de um problema envolvendo dinheiro.



Apresentam de seguida o cálculo da despesa de duas maneiras:

$$0,30 + 1,25 = 1,55 \quad \text{ou} \quad 1,25 + 0,30 = 1,55$$

Em seguida enunciam a propriedade:

A adição tem a propriedade comutativa:

**Trocando a ordem das parcelas a soma não se altera.**

O manual adoptado na turma dos alunos do 8º ano de escolaridade foi:

Matematicamente Falando – 8º Ano, de Maria Alexandra Conceição e Matilde Gonçalves Almeida, da Areal Editores.

*Organização e grafismo:*

O manual divide-se em dois livros, parte 1 e parte 2, tendo cada livro 159 e 127 páginas, respectivamente. As partes 1 e 2 são divididas em unidades estando estas subdivididas, cuja síntese é apresentada no Quadro 4.

Parte 1	Parte 2
Unidade 1: Decomposição de figuras-Teorema de Pitágoras 1.Decomposição de Figuras 2.Teorema de Pitágoras 3.Teorema de Pitágoras no Espaço	Unidade 5:Estatística 1. Organização e representação de dados
Unidade 2:Funções 1.Funções 2.A proporcionalidade directa	Unidade 6: Lugares Geométricos 1.Problemas envolvendo distâncias entre dois pontos
Unidade 3: Ainda os números 1.Sequências de números <b>2. Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum</b> 3. Potências de expoente inteiro 4. Escrita de números utilizando potências de 10.	Unidade 7: Equações 1.Equações do 1º grau 2. Equações de grau superior ao 1º

Notação científica.	
Unidade 4: Semelhança de triângulos 1. Critérios de semelhança de triângulos 2. Relação entre perímetros e entre áreas de triângulos semelhantes	Unidade 8: Translações 1. Translações

Quadro 4

No início de cada unidade existem exercícios e actividades que permitem ao aluno recordar noções básicas e começar a adquirir os pré-requisitos fundamentais relativos a cada unidade. No final de cada unidade há uma ficha de auto-avaliação e actividades de investigação. Existem figuras, tabelas e esquemas. São usados vários tipos de letra, maiúsculas, minúsculas, itálicos e cores.

Passamos a descrever a parte do desenvolvimento que foi colocada no questionário II.

### Máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum

#### *Descrição:*

A abordagem ao máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum situa-se na parte 1, na unidade 3: Ainda os números. Os autores iniciam o assunto com uma actividade, que ocupa duas páginas, onde o aluno tem uma primeira abordagem, intuitiva e informal das novas aprendizagens. Nas duas páginas seguintes desenvolvem-se os conteúdos.

As autoras desenvolvem o conceito de máximo divisor comum optando por resolver a actividade inicial, dando a resposta às questões que tinham colocado.

### Máximo divisor comum



Consideremos o problema da **Atividade 1** (pág. 90):

A D. Zita, florista, tem 100 rosas amarelas e 60 rosas vermelhas. Pretende dividi-las por diversos ramos, contendo, cada um, o mesmo número de rosas de cada cor. Claro que deseja fazer **o maior número possível** de ramos, sem deixar nenhuma rosa de fora!

A D. Zita pensou na melhor forma de distribuir as rosas pelos ramos e concluiu que:

- se fizesse um único ramo este conteria todas as rosas;
- se fizesse 2 ramos, cada um deles possuiria 50 rosas amarelas e 30 vermelhas;
- se fizesse 3 ramos, sobraria uma rosa amarela, pois 100 não é divisível por 3;
- se fizesse 5 ramos, utilizaria em cada ramo 20 rosas amarelas e 12 rosas vermelhas;
- se fizesse...

Aproveitam a actividade para apresentar o conceito de máximo divisor comum,

Então, o número de ramos terá que ser:

- um divisor comum do número de rosas amarelas e de rosas vermelhas, para que fique o mesmo número de rosas de cada cor em cada ramo e não sobre nenhuma rosa.
- o máximo divisor comum, pois pretende-se obter o maior número de ramos nas condições indicadas.

Depois recorrem à linguagem matemática para determinar o máximo divisor comum de 100 e 60.

Determinemos os divisores de 100 e de 60:

$$D_{100} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$$

$$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

Logo, os divisores comuns de 100 e 60 são os seguintes:

$$D_{100} \cap D_{60} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

O maior (máximo) divisor comum de 100 e 60 é 20.

Indicamo-lo por: **m.d.c. (100, 60) = 20**



Voltam à actividade dando a resposta ao problema e finalizam colocando a definição de máximo divisor comum num quadro, escrito a negrito e as palavras máximo divisor comum escritas a vermelho,

Assim,

**O máximo divisor comum (m.d.c.) de dois ou mais números é o maior dos divisores comuns desses números.**

Na margem do manual encontram-se exercícios relacionados com o assunto exposto.

7. Um agricultor pretende encher cestos com igual número de batatas e cebolas. Tem 1562 batatas e 792 cebolas. Qual é o maior número de cestos que pode encher?



8. Sabendo que 20 é múltiplo de 4, qual é o m.d.c. (4, 20)?

9. Sabendo que um número  $a$  é múltiplo de 6, qual é o m.d.c. (6,  $a$ )?

As autoras adoptam a estrutura descrita anteriormente para abordar o conceito de mínimo múltiplo comum, optando por resolver a actividade inicial, dando a resposta às questões que tinham colocado.

### Mínimo múltiplo comum

Na **Actividade 1** (pág. 94), é-nos apresentado o seguinte problema:

Os cometas Alei e Talei são visíveis a partir da Terra, respectivamente, de 20 em 20 anos e de 30 em 30 anos. Os cientistas detectaram que em 2002 ambos foram avistados a partir da Terra e pretendem saber quantas vezes essa coincidência voltará a acontecer até 2150.

Preenchendo o quadro:

Aparições	
Cometa Alei	Cometa Talei
20 anos (2022)	30 anos (2032)
40 anos (2042)	60 anos (2062)
60 anos (2062)	



Aproveitando o estudo desenvolvido na actividade, apresentam o conceito de mínimo múltiplo comum,

verificamos que os cometas voltam a ser visíveis, simultaneamente, a partir da Terra passados 60 anos. Para saber isso tivemos de calcular os múltiplos de 20 (primeira coluna da tabela) e os múltiplos de 30 (segunda coluna). Depois, determinámos os múltiplos comuns de 20 e 30.

Recorrem à linguagem matemática para determinar o mínimo múltiplo comum entre 30 e 20,

Múltiplos de 20:  $M_{20} = \{0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, \dots\}$

Múltiplos de 30:  $M_{30} = \{0, 30, 60, 90, 120, \dots\}$

Múltiplos comuns de 20 e 30 (diferentes de zero):

$$M_{20} \cap M_{30} = \{60, 120, \dots\}$$

O mínimo múltiplo comum de 20 e 30 é 60.

Representa-se por: **m.m.c. (20, 30) = 60**

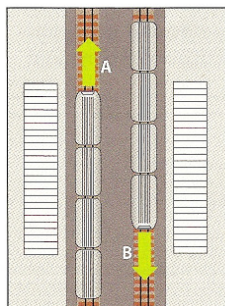
Retomam a actividade, dando a resposta ao problema e finalizam colocando a definição de mínimo múltiplo comum num quadro, escrito a negrito e as palavras máximo divisor comum escritas a vermelho,

Assim,

**O mínimo múltiplo comum (m.m.c.) de dois ou mais números é o menor dos múltiplos comuns desses números.**

Na margem do manual encontram-se exercícios relacionados com o assunto exposto.

13. De uma estação de comboios partem dois comboios em sentidos contrários, tal como mostra a figura.



Na direcção A, os comboios partem de 30 em 30 minutos.  
Na direcção B partem de 45 em 45 minutos.  
Sabendo que às 8 horas se deu uma partida simultânea da Estação representada, a que horas será a próxima partida simultânea?

14. Sabendo que 4 é divisor de 20, qual é o m.m.c. (4, 20)?

15. Sabendo que um número  $b$  é divisor de 6, qual é o m.m.c. (6,  $b$ )?

O manual adoptado na turma dos alunos do 12º ano de escolaridade foi:

Infinito – 12º Ano de Ana Maria Jorge, Conceição Alves, Graziela Fonseca e Judite Barbedo, da Areal Editores.

*Organização e grafismo:*

O manual divide-se em três livros, parte 1, parte 2 e parte 3, tendo cada livro 191, 255 e 160 páginas, respectivamente. As partes 1, 2 e 3 são divididas em unidades estando estas subdivididas, cuja síntese é apresentada no Quadro 5.

Parte 1	Parte 2	Parte 3
<p>Unidade 1: Probabilidade e Combinatória</p> <p>1. Introdução ao cálculo de probabilidades</p> <p>1.1 Experiências aleatórias. Espaço de resultados. Acontecimento</p> <p>1.2 Operações sobre acontecimentos</p> <p>1.3 Aproximações conceptuais para a probabilidade</p> <p>1.4 Probabilidade condicionada e acontecimentos independentes</p> <p>2. Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades</p> <p>2.1 Variável aleatória; função massa de probabilidade</p> <p>2.2 Modelo Binomial</p> <p>2.3 Modelo Normal</p> <p>3. Análise Combinatória</p> <p>3.1 Arranjos completos, arranjos simples, permutações e combinações</p> <p>3.2 Triângulo de Pascal</p> <p>3.3 Binómio de Newton</p> <p>3.4 Aplicação da análise combinatória ao cálculo de probabilidades</p>	<p>Unidade 2: Introdução ao cálculo diferencial II</p> <p>1. Função Exponencial e Logarítmicas</p> <p>1.1 Função exponencial de base superior a um</p> <p><b>1.2 Função logarítmica de base superior a um</b></p> <p>1.3 Utilização de funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais.</p> <p>2. Teoria dos limites</p> <p>2.1 Limite de uma função segundo Heine</p> <p>2.2 Continuidade. Teorema de Bolzano-Cauchy</p> <p>3. Cálculo Diferencial</p> <p>3.1 Funções deriváveis</p> <p>3.2 Primeira derivada e sentido de variação</p> <p>3.3 Segunda derivada e concavidade</p> <p>3.4 Problemas de máximos e mínimos. Problemas de optimização</p>	<p>Unidade 3: Trigonometria e números complexos</p> <p>1. Funções seno, co-seno e tangente</p> <p>1.1 Estudo intuitivo com base no círculo trigonométrico</p> <p>1.2 Estudo intuitivo de <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}</math></p> <p>1.3 Derivabilidade das funções seno, co-seno e tangente</p> <p>2. Números complexos</p> <p>2.1 Evolução do conceito de números. Resolubilidade algébrica de equações. Números complexos na forma algébrica</p> <p>2.2 Números complexos na forma trigonométrica</p>

Quadro 5

As primeiras páginas do manual têm a transcrição do programa oficial da disciplina de Matemática para o 12º ano de escolaridade. Em cada unidade existem exercícios, actividades e resolução de problemas permitindo ao aluno explorar e adquirir os novos conceitos.

Ao longo das três partes existe referência ao aparecimento e desenvolvimento dos conceitos numa perspectiva histórico-cultural, bem como pequenas notas biográficas sobre matemáticos cujos nomes ficaram ligados ao tema em estudo.

No final de cada unidade há um conjunto de exercícios e problemas que visam consolidar os conhecimentos adquiridos. Existem figuras, tabelas e esquemas. São usados vários tipos de letra, maiúsculas, minúsculas, itálicos e cores.

Passamos a descrever a parte do desenvolvimento que foi colocada no questionário II.

### Logaritmo

#### *Descrição:*

A abordagem ao conceito de logaritmo situa-se na parte 2, na unidade 2: Introdução ao cálculo diferencial II.

As autoras introduzem o conceito de logaritmo recorrendo à resolução de equações exponenciais,

#### **Logaritmo de um número positivo numa dada base diferente de um**

No âmbito do estudo da função exponencial, resolvemos algumas equações em que é possível escrever ambos os seus membros na forma de potência com a mesma base. A variável figurava em expoente e podia tomar qualquer valor em  $\mathbb{R}$ .

Por exemplo,

Se  $2^x = 32$ , então  $2^x = 2^5$  e, como a função exponencial é injectiva, podemos concluir que  $x = 5$ .

5 é o número a que deve elevar-se a base 2, para se obter 32; dizemos que 5 é o **logaritmo de 32 na base 2**.

Se  $10^x = 1000$ , então  $x = 3$ . Como 3 é o número a que deve elevar-se a base 10 para se obter 1000, diz-se que 3 é o **logaritmo de 1000 na base 10** e representamo-lo por  $\log_{10} 1000$  ou, simplesmente,  $\log 1000$ .

Mas, se a equação for  $2^x = 40$ , não é possível adoptar o mesmo processo. A solução é, no entanto, determinada com o recurso à definição de **logaritmo de um número positivo**.

$x$  é, então, o **número real** a que deve elevar-se a base 2 para se obter 40 como resultado. Ou seja,  $x = \log_2 40$  dado que  $2^x = 40$ .

Sintetizam o conceito num quadro

Generalizando:

Chama-se logaritmo de um número positivo  $x$  na base  $a$  ( $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ ), ao número real  $y$  tal que

$$a^y = x$$

isto é,

$$\log_a x = y \iff x = a^y$$

Finalizam ilustrando com vários exemplos o conceito dado,

Assim, por exemplo:

$$\log_2 8 = 3 \quad \text{pois } 2^3 = 8$$

$$\log_5 1 = 0 \quad \text{pois } 5^0 = 1$$

$$\log_4 64 = 3 \quad \text{pois } 4^3 = 64$$

$$\log_6 6 = 1 \quad \text{pois } 6^1 = 6$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2 \quad \text{pois } \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\log_{\sqrt{5}} 5 = 2 \quad \text{pois } (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 3 = -1 \quad \text{pois } \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$$

$$\log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2} \quad \text{pois } 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$$

$$\log_3 10 \text{ é tal que } 3^{\log_3 10} = 10$$

$$\log_{10} 5 \text{ é tal que } 10^{\log 5} = 5$$

Na parte lateral da página é feita referência à origem da palavra logaritmo, à tecla LOG existente na calculadora e ainda onde se pode aplicar a expressão  $2^x$ , dando um exemplo.

Logaritmo – palavra criada por Neper, que resulta da composição de duas palavras gregas: *logos* – razão; *arithmos* – número. Em Português, a palavra “logaritmo” é citada, em alguns dicionários, como sinónima de “exponente”.

Note que a calculadora dispõe de uma tecla **LOG** que permite obter logaritmos na base 10.

Note que se se  $x = 2^t$  for a lei de desenvolvimento de, por exemplo, uma dada espécie de insetos, o conhecimento do número de animais existentes pode permitir “medir” o tempo –  $x$  – decorrido desde o início da observação.

## 2.3. Técnicas e procedimentos de recolha de dados

Passamos a desenvolver e a justificar as técnicas e procedimentos de recolha de dados adoptados por nós neste estudo. Utilizámos como instrumentos de recolha de dados o questionário e a entrevista com o suporte de gravações áudio. A recolha de dados foi efectuada durante o ano lectivo de 2007/08.

### 2.3.1. Questionário

Passamos a descrever e a justificar a elaboração dos dois questionários.

#### *Questionário I*

Este questionário é constituído por 22 questões de resposta fechada sintetizadas no Quadro nº 6.

Meio socioeconómico	Proximidade do aluno com a matemática	Proximidade do aluno com o manual escolar de matemática
1. Quem é o teu Encarregado de Educação?	8. Com que frequência estudas matemática?	14. Onde usas o manual escolar de matemática?
2. Com quem vives?	9. Onde estudas matemática?	15. Quando usas o manual escolar de matemática consegues entender o que lá está escrito?
3. Que escolaridade têm o teu pai/a tua mãe?	10. Como gostas mais de estudar matemática?	16. Usas o manual escolar de matemática na sala de aula?
4. Qual é a profissão do teu pai/da tua mãe?	11. Tens ajuda a estudar matemática?	17. Sentes diferença entre o que se diz na aula e o que está escrito no manual escolar de matemática?
5. Qual é a idade do teu pai/ da tua mãe?	12. Quem é que te ajuda a estudar matemática?	18. Os exercícios que fazes nos testes são parecidos com os que estão no teu manual escolar de matemática?
6. Como vais para a escola?	13. Qual foi a tua nota a matemática?	19. Quando não entendes uma matéria recorres ao manual escolar de matemática?
7. Quanto tempo demoras da tua casa à escola?		20. Alguma vez o manual escolar de matemática serviu para te tirar

		alguma dúvida da matéria dada na aula? 21. Fazes os exercícios que estão no manual escolar de matemática? 22. Gostas do teu manual escolar de matemática?
--	--	---

Quadro 6

As primeiras 7 questões têm como objectivo estudar o meio socioeconómico do aluno: com quem vive, quem é o seu encarregado de educação, que escolaridade têm os pais, como vai e quanto tempo demora a chegar à escola. As 6 questões seguintes possibilitam indagar da proximidade do aluno com a matemática: frequência de estudo, ajuda no estudo, quem ajuda, como prefere estudar, nota na disciplina de Matemática no 1º período. As restantes questões inquiram sobre a proximidade do aluno com o seu manual escolar de matemática: onde usa o manual, sente diferenças no que está escrito no manual e no que se diz nas aulas, os exercícios do manual são parecidos com os dos testes, já tirou dúvidas por consulta do manual, faz os exercícios que estão no manual, gosta do manual.

Entendemos ser importante caracterizar o aluno nos aspectos atrás referidos pois estes de certa maneira poderão estar relacionados com a sua proximidade com o manual escolar. A título de exemplo: um aluno que demore bastante tempo a chegar à escola tem menos tempo para utilizar o manual escolar, eventualmente, só terá esse contacto na sala de aula.

O questionário I, foi passado na turma do 5º ano na aula de matemática, na turma do 8º ano na aula de religião-moral e na turma do 12º ano na aula de matemática, em Janeiro de 2008.

### *Questionário II*

Este questionário é constituído por 4 questões de resposta aberta sintetizadas no Quadro nº 7. Decidiu-se colocar apenas quatro questões para não provocar algum tipo de reacção negativa por parte dos alunos (desânimo, morosidade).

Neste questionário quisemos proporcionar aos alunos um primeiro contacto com um manual do Professor Vicente Gonçalves. Seleccionou-se um excerto de um manual deste matemático, para cada ano de escolaridade. Os conceitos abordados nas questões foram:



- propriedade comutativa da adição, no 5º ano de escolaridade,
- máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, no 8º ano de escolaridade,
- logaritmo, no 12º ano de escolaridade.

Em todos estes anos de escolaridade, pretendeu-se analisar o design, o *layout* (estruturação da página), a adaptação por parte dos alunos a estes manuais e, de certa forma, analisar a actualização dos conteúdos neles veiculados.

1. Observa os dois recortes dos manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?
2. Volta a ler os recortes dos manuais escolares. Em qual dos dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.
3. Em qual das duas explicações ficas a saber o que é a/o  propriedade comutativa da adição, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, logaritmo.
4. Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

Quadro 7

Na primeira questão pretendíamos saber que razões levam o aluno, num primeiro olhar, a eleger um manual escolar. A segunda questão tinha como finalidade entender quais as dificuldades do aluno, pedindo sempre que justificasse as suas respostas. A terceira questão pretendia saber se os alunos apesar de poderem gostar/não gostar do manual entendiam o conceito como ele está exposto. Por fim, quisemos saber da importância que tem um desenho nas matérias abordadas.

Juntamente com o questionário forneceu-se uma fotocópia com a parte do manual do Professor Vicente Gonçalves e a do manual do aluno correspondente ao conceito escolhido para análise (propriedade comutativa da adição, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum e logaritmo).

Fez-se um ajuste de linguagem no excerto do manual de Vicente Gonçalves correspondente ao 5º ano, relativamente à palavra “contas” que foi alterada para a palavra “missangas”, evitando o risco de uma má interpretação do texto devido a um desajuste de linguagem.

Distribuiu-se o questionário II, pelas três turmas, durante o tempo lectivo, no mês de Março. O seu preenchimento teve a duração aproximada de 30 minutos. Os alunos mostraram entusiasmo e curiosidade em trabalhar no manual de Vicente Gonçalves, por este ser um manual do início do XX. Leu-se o questionário em voz alta, uma única vez, e depois, em silêncio, cada aluno respondeu individualmente às questões.

### **2.3.2. Entrevista**

Para tentar compreender as respostas dadas pelos alunos em fases anteriores do trabalho de campo, bem como introduzir novas questões, optou-se por fazer uma entrevista a quatro alunos de cada uma das turmas participantes no estudo.

A entrevista possibilita uma reformulação constante das questões permitindo uma maior eficácia na resposta. Tivemos assim oportunidade para aprofundar as respostas dos alunos ao questionário II e pudemos promover, encorajar e esclarecer a participação destes. Beneficiámos do facto das questões poderem ser individualizadas para obter uma melhor comunicação.

Nesta fase pretendemos aprofundar os itens anteriores: analisar o design, a adaptação por parte dos alunos aos manuais e, de certa forma, analisar a actualização dos conteúdos. Procurámos, ainda, resposta para as questões: Como são usados em casa os manuais escolares? Que manual escolar faria o aluno se fosse autor de manuais? Indagámos, também, sobre: a profundidade científica, o tipo de abordagem dos conceitos (de forma problematizadora/aproblemática), as actividades experimentais propostas (problemáticas/aproblemáticas).

A entrevista foi feita com base num guião previamente construído para cada aluno (ver anexo 4), que ainda continha anotações que auxiliaram a condução da entrevista (tempo previsível de resposta, palavras-chave de resposta, questões para aprofundamento). Foi realizada na biblioteca da escola, durante o horário lectivo. Cada entrevista teve a duração aproximada de 15 a 20 minutos e foi feita individualmente a cada aluno. Tivemos o cuidado de garantir que estes alunos não contactassem entre si, para evitar influências nas respostas. Com autorização dos alunos foi colocado um gravador áudio junto deles. Antes de iniciar a gravação facultou-se ao aluno os seus questionários I e II, para este relembrar as respostas que tinha dado.

## 2.4. O recorte feito pelo aluno

Para uma melhor compreensão e visualização de tudo o que os alunos em fases anteriores tinham dito, tanto nas respostas do trabalho de campo, como na entrevista introduziu-se esta quarta fase, “*O recorte feito pelo aluno*”. Esta fase foi facultativa, pois não queríamos exercer qualquer tipo de pressão. Quisemos que o recorte transparecesse o que seria para o aluno o “ideal a colocar sobre aquela matéria”. Só participaram, entre os que seleccionamos para a entrevista, os alunos que manifestaram vontade em elaborar o recorte. Damos total liberdade ao aluno. Não estabelecemos data de entrega. Facultou-se ao aluno os recortes do manual A e do manual B. Houve alunos que optaram por elaborar o recorte logo após a entrevista, outros optaram por fazer em casa. Também não prescrevemos qual seria o tipo de material a utilizar. As escolhas dos alunos variaram entre recortar e colar os conteúdos dos manuais A e B, escrever e desenhar à mão e elaborar no computador o recorte. A única exigência feita ao aluno foi que, no fim de elaborar o recorte, escrevesse o porquê das suas opções.

## 2.5. Procedimentos de análise de dados

Nesta secção identificamos e justificamos a escolha dos procedimentos de análise de dados adoptados. Existiram dois momentos de análise distintos. O primeiro momento foi a análise dos questionários e o segundo a análise da entrevista.

A análise e o registo das respostas foram efectuados separadamente para os três níveis de escolaridade (5º, 8º e 12º anos). Sendo efectuada, posteriormente, uma síntese global das respostas dadas.

### 2.5.1. Análise e registo das respostas aos questionários

Procedeu-se ao tratamento dos dados recolhidos no questionário I, contabilizando as respostas em tabelas e construindo os correspondentes gráficos. Recorreu-se ao registo gráfico dos dados, por entendermos que esta é uma forma atraente, com bom impacto visual e, essencialmente, de fácil leitura e interpretação.

Relativamente à análise e registo das respostas dadas ao questionário II, para não perder veracidade nas respostas, transcrevemos o que os alunos escreveram no questionário. Organizaram-se as respostas segundo as três possibilidades: manual A, manual B, manual A e B. Por fim, sintetizou-se a análise das questões relativas aos três níveis de escolaridade.

### **2.5.2. Análise das entrevistas**

Em cada nível de escolaridade entrevistámos alunos que responderam como preferência uma das possibilidades: manual A, manual B ou manual A e B. Recorreu-se ao registo áudio, pois este permite ser ouvido tantas vezes quantas forem necessárias, permitindo um registo mais rigoroso dos dados recolhidos. Segundo Cohen e Manion (1994) e Patton (1980) o registo áudio “*Permite suspender tanto quanto possível os significados e interpretações do investigador e entrar no mundo dos participantes*”. Regista o que os participantes realmente dizem e não o que o investigador pensa ou espera que os entrevistados digam.

Começámos por transcrever toda a entrevista para o papel e, de seguida, analisámos o conteúdo das respostas à entrevista, tendo como fio condutor as respostas previamente dadas ao questionário II.

Sintetizámos os resultados, quer individualmente por ano de escolaridade, quer pelos três níveis de escolaridade.

Comparou-se a informação obtida através dos registos áudio com a informação dos questionários e completou-se aquela com os relatos de observação. Em alguns casos os registos áudio permitiram resolver dúvidas deixadas pelos questionários.

### **2.5.3. Análise dos recortes elaborados pelos alunos**

Em cada nível de escolaridade como já foi dito só participaram os alunos que manifestaram essa vontade. Nenhum dos quatro alunos do 5º ano manifestou vontade em participar nesta fase. Os quatro alunos entrevistados do 8º ano quiseram elaborar o recorte. Dos quatro alunos do 12º ano, um participou na elaboração do manual.

Começámos por digitalizar o recorte elaborado pelo aluno e, de seguida, transcrevemos o texto elaborado pelo aluno justificando o porquê das suas escolhas. Terminamos com um breve comentário.

## 2.6. Participantes

A nossa investigação incidiu em alunos do ensino básico e do ensino secundário. No estudo delineado participaram, no total, 63 alunos, de três escolas da zona litoral centro, distribuídos por três turmas de três anos de escolaridade diferentes, a saber:

- 5º ano, uma turma com 28 alunos;
- 8º ano, uma turma com 15 alunos (dos quais 8 responderam ao questionário);
- 12º ano, uma turma com 20 alunos.

O nível etário dos alunos do 5º ano situou-se entre os 10 e os 11 anos, os do 8º ano entre os 13 e os 16 anos e, por fim, os do 12º ano entre os 16 e os 21 anos. Podemos dizer que as opiniões foram recolhidas numa faixa etária entre os 10 e os 21 anos.

Para a última fase do trabalho de pesquisa foram seleccionados quatro alunos de cada turma, aos quais fizemos a entrevista, a saber (nomes fictícios):

- Mafalda, Gonçalo, João e Vasco da turma do 5º ano de escolaridade;
- Beatriz, Anita, Carlos e Lara da turma do 8º ano de escolaridade;
- Carla, Diana, Maria e Fátima da turma do 12º ano de escolaridade.

Para uma melhor caracterização dos participantes neste estudo, aplicou-se o questionário I (ver anexo 1), duas primeiras partes.

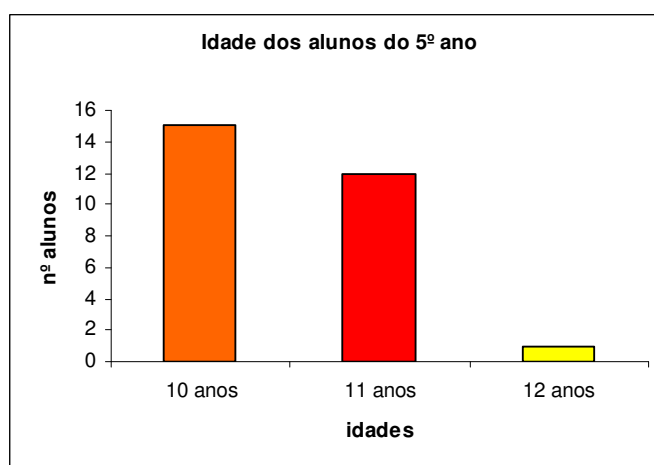
Deslocámo-nos às escolas e tivemos um primeiro contacto com as três turmas, solicitando aos alunos a sua colaboração, mas deixando claro que só participariam aqueles que concordassem em fazê-lo. Todos os alunos concordaram com entusiasmo em participar neste estudo de investigação. Nesta altura já todas as autorizações exigidas oficialmente tinham sido solicitadas e deferidas (ver anexo 3).

Apresentamos em seguida os resultados obtidos nas questões que tinham como objectivo estudar o meio socioeconómico do aluno e a proximidade do aluno com a matemática.

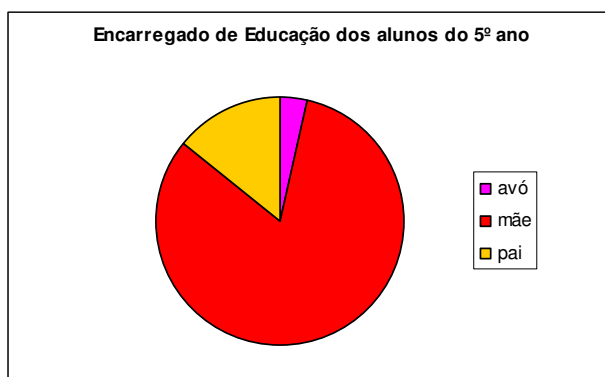
Relativamente à turma do 5º ano participaram 28 alunos. Dos 28, 9 são do sexo feminino e 19 do sexo masculino.



As idades estavam compreendidas entre os 10 e os 12 anos.



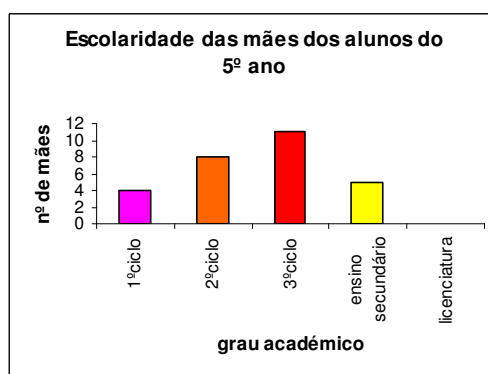
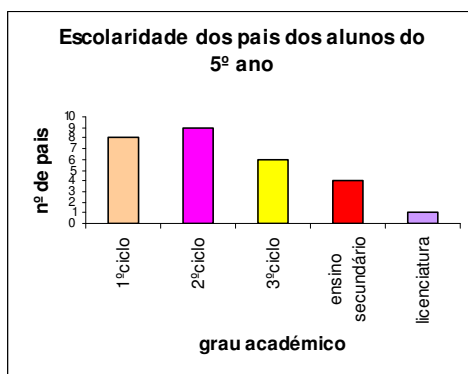
Nesta turma, 1 aluno tem como encarregado de educação a avó, enquanto a maioria tem a mãe.



Só 1 aluno é que vive com o pai, 3 vivem com a mãe e os restantes vivem com ambos.



A maioria dos pais têm como escolaridade o 2º ciclo do ensino básico e a maioria das mães o 3º ciclo do ensino básico, estando todos empregados.

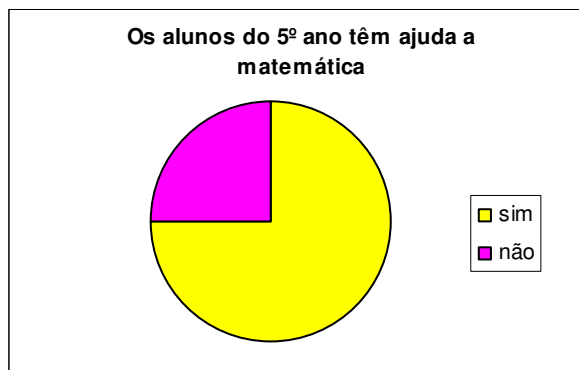


A idade dos pais situa-se entre os 35 e os 40 anos. A maioria dos alunos vai de carro com os pais para a escola demorando menos de 10 minutos, 3 vão de táxi demorando menos de 20 minutos e nenhum vai a pé.

Relativamente às respostas com o objectivo de saber da proximidade do aluno com a matemática, 19 alunos afirmam que estudam matemática diariamente, 1 estuda nas vésperas dos testes e 8 raramente. Todos os alunos estudam em casa. Onze alunos preferem estudar em grupo, tendo os restantes respondido que preferem estudar matemática sozinhos.

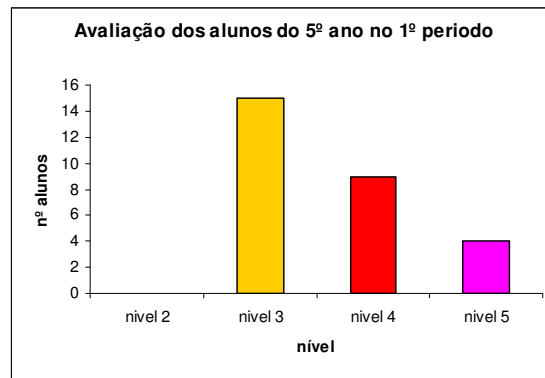


Dos 28 alunos, 21 têm ajuda a estudar matemática. Essa ajuda é dada na maioria dos casos pela mãe.



Toda a turma no 1º período teve nível positivo na disciplina de Matemática. Existem 9 alunos que têm nível 4 e 5 que têm nível 5.

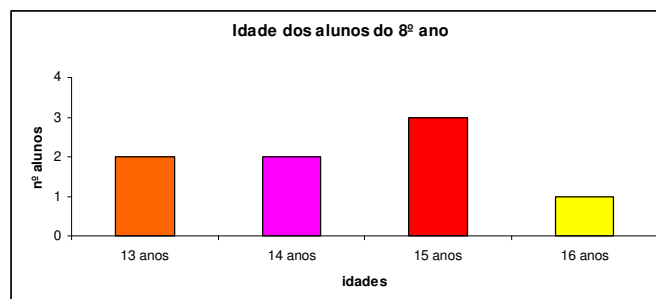




Relativamente à turma do 8º ano não questionámos todos os alunos, pois o questionário foi distribuído numa aula de Religião-moral, onde não se encontravam todos os alunos dessa turma, visto esta disciplina ser opcional. Assim, responderam 8 alunos. Dos 8, 7 eram do sexo feminino.



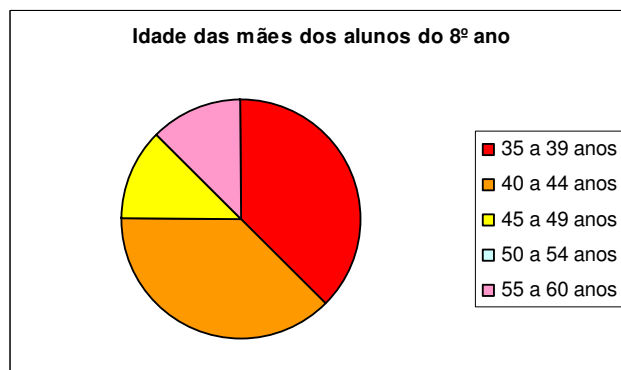
As idades estão compreendidas entre os 13 e os 16 anos.



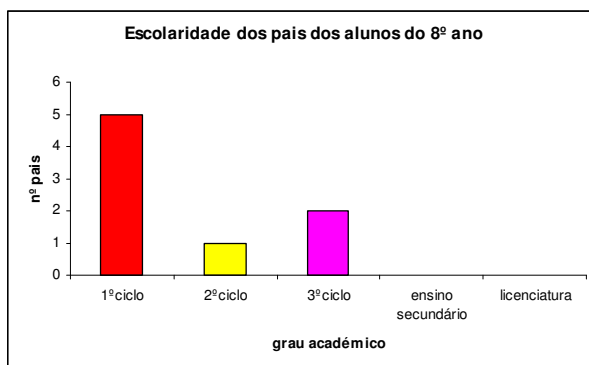
Todos os alunos têm como encarregado de educação a mãe, um quarto dos alunos vive somente com a mãe, vivendo os restantes com os pais. A idade dos pais situa-se entre os 45 e os 49 anos.



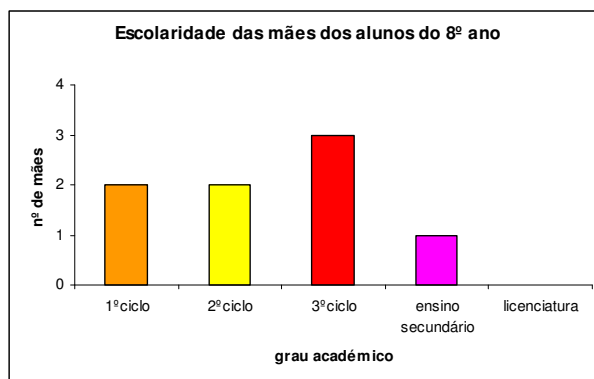
A idade das mães situa-se entre os 35 e os 44 anos.



Não há nenhum pai ou mãe licenciado. A escolaridade dos pais é maioritariamente o 1º ciclo do ensino básico.

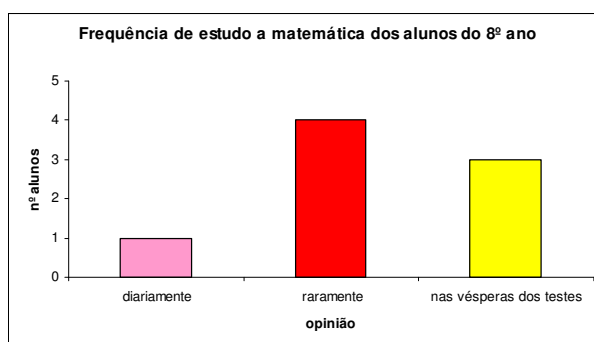


A escolaridade das mães é o 3º ciclo do ensino básico.



Os alunos deslocam-se de carro, autocarro e a pé não demorando mais do que 20 minutos em geral.

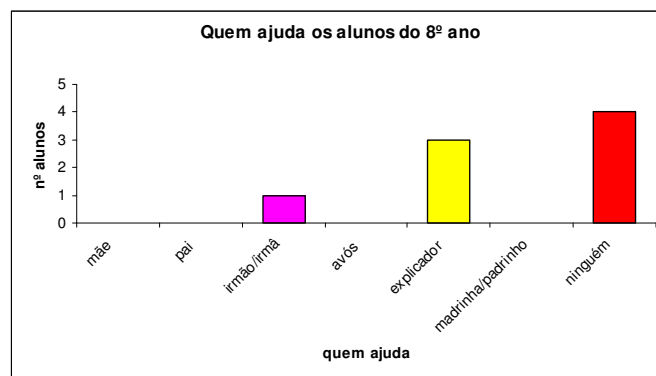
Relativamente às respostas com o fim de saber sobre a proximidade do aluno com a matemática, dos 8 alunos só 1 é que estuda diariamente matemática, 3 dizem estudar só na véspera e 4 estudam raramente.



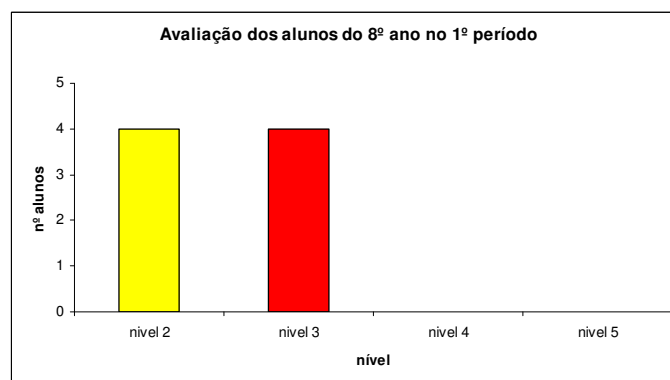
Nenhum aluno diz estudar na biblioteca, elegendo a casa como local de estudo. Três alunos dizem estudar num centro de explicações. Dos 8 alunos metade diz não ter qualquer tipo de ajuda a estudar matemática.



Os 3 alunos que referiram estudar num centro de explicações dizem ter o apoio de um explicador, 1 diz ter ajuda do irmão os restantes 4 não têm ajuda de ninguém.



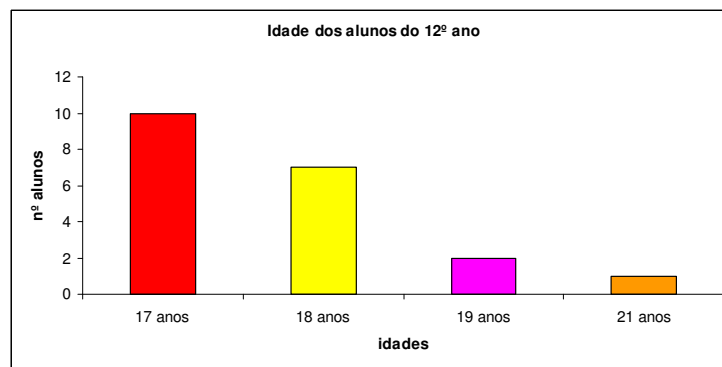
A maioria dos alunos prefere estudar matemática sozinho. Metade obtiveram nível 2 na avaliação do 1º período e a outra metade obteve nível 3.



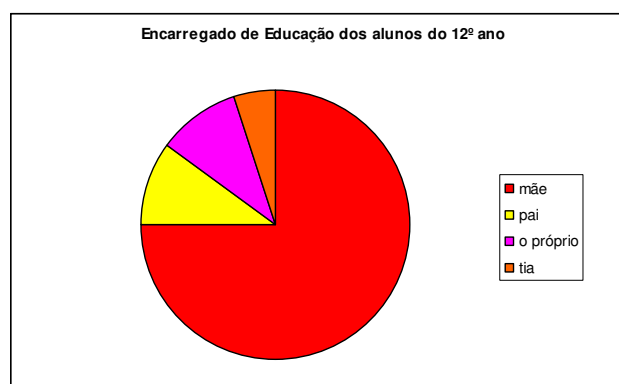
Relativamente à turma do 12º ano, participaram 20 alunos de uma turma da área Tecnológico e Científico. Dos 20 alunos, 15 são do sexo feminino.



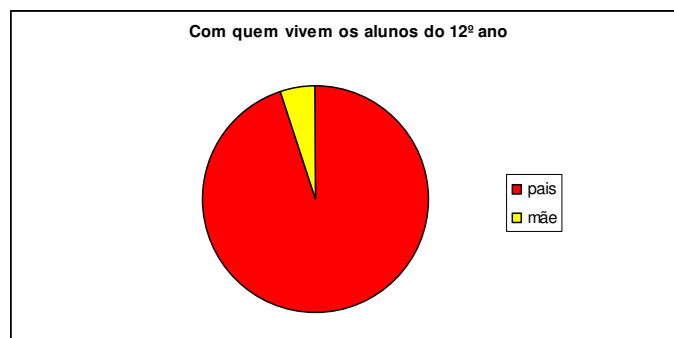
As suas idades estavam compreendidas entre os 17 e os 21 anos.



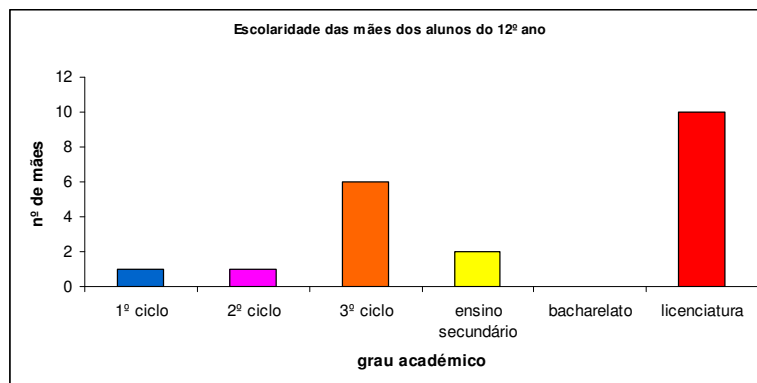
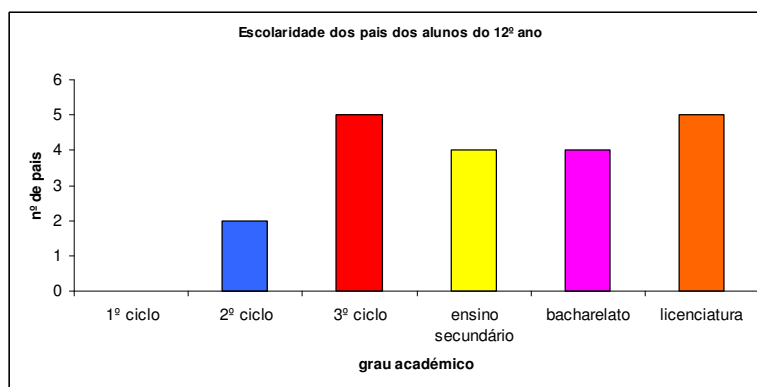
Nesta turma, 2 alunos são encarregados de educação de si próprios, enquanto que a maioria é a mãe.



Só 1 aluno é que vive com a mãe, os restantes vivem com os pais.



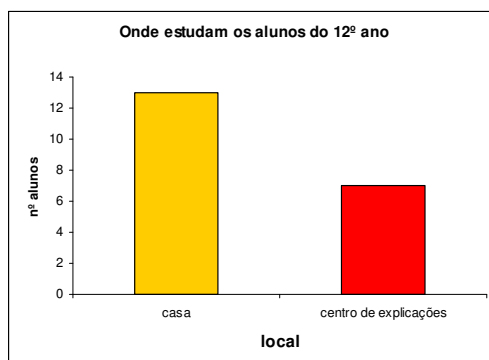
A maioria dos pais e mães têm escolaridade superior ao 3º ciclo do ensino básico estando todos empregados, à excepção de 2 pais e 2 mães.



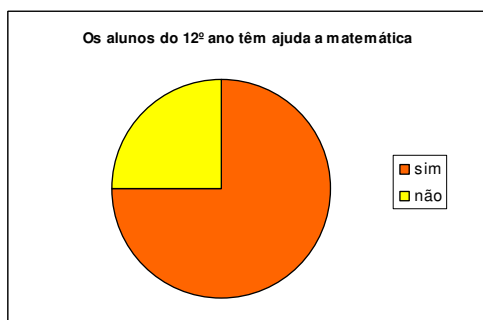
A idade dos pais situa-se entre os 45 e os 55 anos. A maioria dos alunos vai de carro com os pais para a escola demorando menos de 10 minutos, somente 6 vão a pé demorando menos de 20 minutos.

Relativamente às respostas com o objectivo de saber da proximidade do aluno com a matemática, 16 alunos afirmam que estudam diariamente, estando os restantes 4

divididos entre estudar na véspera dos testes e raramente estudar matemática. A maioria estuda em casa, mas 7 alunos dizem estudar num centro de explicações.



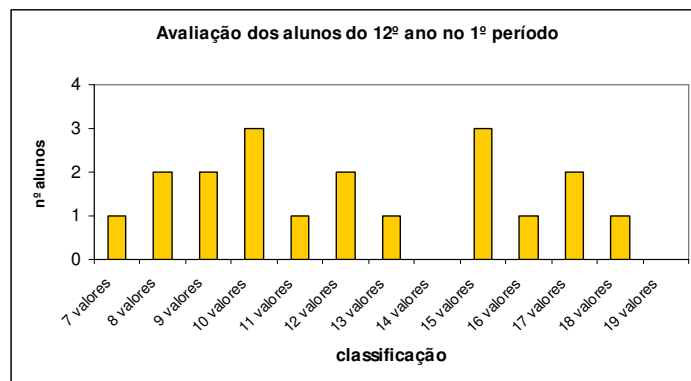
Cinco alunos dizem preferir estudar em grupo tendo os outros respondido que preferiam estudar matemática sozinhos. Dos 20 alunos, 15 têm ajuda a estudar matemática.



Essa ajuda é dada na maioria por um explicador. Contudo dos 5 alunos que afirmam não ter ajuda, existem 2 que na questão “Quem é que te ajuda a estudar matemática?” assinalam que têm a ajuda de amigos e explicadores, existe assim uma contradição nas respostas destes dois alunos.



A classificação média da turma à disciplina de Matemática no 1º período é positiva, somente um aluno é que se encontra como assistente tendo tido 8 valores no ano lectivo passado. Existem 7 alunos que têm média superior a 14 valores e 5 estão com classificação negativa à disciplina.



Passamos a caracterizar com maior detalhe os alunos que passaram à fase da entrevista.

### Alunos do 5ºano

A aluna Mafalda vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda diariamente matemática em casa e prefere estudar em grupo. Conta com a ajuda da irmã para estudar matemática. É uma aluna de nível 5. O manual escolar de matemática está presente tanto na escola como em casa, entendendo sempre o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e raramente sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do seu manual escolar, manual B, porque é mais simples, mais divertido por ter cor e imagens. Refere no entanto que, entendeu o



exemplo das missangas dado na explicação do Professor Vicente Gonçalves e que num manual feito por si o colocaria. Alerta para a importância que tem uma imagem na sua aprendizagem.

O aluno Gonçalo vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda em casa, mas afirma que o faz raramente e prefere estudar sozinho. Conta com a ajuda da mãe para estudar matemática. É um aluno de nível 4. O manual escolar de matemática está presente tanto na escola como em casa, entendendo sempre o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e nunca sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns dos exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e, quando não entende a matéria, este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Gosta do seu manual escolar de matemática.

O aluno gosta mais da explicação do seu manual escolar, manual B, porque tem legendas, desenhos e explica melhor o conceito. Refere que na explicação do Professor Vicente Gonçalves as contas parecem mais difíceis, não consegue entender o que está escrito e alerta que os desenhos são importantes para um melhor assimilar do conceito.

O aluno João vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda em casa, mas afirma que o faz raramente e prefere estudar em grupo. Conta com a ajuda da mãe para estudar matemática. É um aluno de nível 3. O manual escolar de matemática está presente tanto na escola como em casa, e raramente entende o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e algumas vezes sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns dos exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. O aluno gosta do seu manual escolar de matemática.

O aluno diz preferir a explicação feita por Vicente Gonçalves. Justifica a sua preferência dizendo que gosta de coisas difíceis por lhe permitir avançar nos estudos. Contudo afirma que teve dificuldades em entender a explicação e que colocaria uma imagem, um colar de missangas. Afirma que só entende a explicação do seu manual porque este tem um desenho.

O aluno Vasco vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda em casa, mas afirma que só estuda nas vésperas dos testes e prefere estudar sozinho. Não conta com a ajuda de ninguém para estudar matemática. É um aluno de nível 5. O manual escolar de matemática está presente tanto na escola como em casa, entendendo sempre o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e nunca sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que todos os exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. O aluno gosta do seu manual escolar de matemática.

O aluno prefere a explicação do seu manual escolar porque tem desenhos e legendas a explicar. Elogia o exemplo das missangas que se encontra na explicação do Professor Vicente Gonçalves, contudo critica a sequência dos números que lá se encontra e diz que até lhe pareceram fracções. Afirma que as imagens ajudam bastante contudo é de opinião que só se devem colocar imagens relativas ao assunto.

### Alunos do 8ºano

A aluna Beatriz vive com a mãe e demora menos de 20 minutos a chegar à escola. Estuda diariamente matemática em casa e num centro de explicações. Prefere estudar sozinha e conta com ajuda de um explicador para estudar matemática. É uma aluna de nível 3. O manual escolar de matemática está presente só na escola, entendendo algumas vezes o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e raramente sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Não gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do seu manual escolar, manual B, porque tem desenhos e mais informação. Refere que o facto de o manual A ter pouca quantidade de informação, não a ajuda, pois caso esta não entenda à primeira a matéria, tem de recorrer de imediato ao professor.

A aluna Anita vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda matemática num centro de explicações. Só estuda matemática nas vésperas dos testes e prefere estudar sozinha. Conta com ajuda de um explicador para estudar matemática. É uma aluna de nível 3. O manual escolar de matemática está presente só na escola, entendendo muitas vezes o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e raramente sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do manual do Professor Vicente Gonçalves, manual A, porque, embora não tenha desenhos, a explicação está mais objectiva e simplificada. Critica o seu manual por conter muita informação, afirmando que lhe provoca confusão.

O aluno Carlos vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda matemática em casa. Só estuda matemática nas vésperas dos testes e prefere estudar sozinho. Não conta com a ajuda de ninguém para estudar matemática. É um aluno de nível 2. O manual escolar de matemática está presente só na escola e diz que nunca entende o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e muitas vezes sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este não lhe serve para tirar dúvidas da matéria dada na aula. Não gosta do seu manual escolar de matemática.

O aluno diz que prefere o seu manual, manual B, porque tem cores e a matéria está mais separada. O facto de o manual A abordar os dois assuntos lado a lado confunde-o. O aluno refere ainda que a cor o motiva e o incentiva ao estudo.

A aluna Lara vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda matemática num centro de explicações. Raramente estuda matemática e prefere estudar sozinha. Conta com a ajuda de um explicador para estudar matemática. É uma aluna de nível 3. O manual escolar de matemática está presente na escola e em casa, entendendo muitas vezes o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e

raramente sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do seu manual, manual B, porque contém mais imagens. Contudo alerta que o manual A mostra que não eram necessárias as imagens para se perceber a matéria.

### Alunos do 12ºano

A aluna Carla vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda matemática num centro de explicações. Raramente estuda matemática e prefere estudar sozinha. Conta com a ajuda de um explicador para estudar matemática. É uma aluna de 14 valores. O manual escolar de matemática está presente na escola e em casa, entendendo sempre o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e algumas vezes sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do seu manual, manual B, porque acha que a explicação está mais completa, tem mais exemplos, possui informações adicionais. Contudo elogia o manual A, pela sua explicação estar mais sintetizada.

A aluna Diana vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda matemática em casa. Estuda matemática diariamente e prefere estudar sozinha. Conta com a ajuda da mãe para estudar matemática. É uma aluna de 16 valores. O manual escolar de matemática está presente na escola e em casa, entendendo sempre o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e algumas vezes sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já

serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Não gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do manual do Professor Vicente Gonçalves, manual A, porque tem um tipo e tamanho de letra mais perceptível e pela maneira como está organizado. A aluna confessa que ao ver muita informação, como está no seu manual, perde o interesse e muitas vezes nem lê o que lá está. Elogia a objectividade do manual A.

A aluna Maria vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda matemática num centro de explicações. Estuda matemática diariamente e prefere estudar sozinha. Conta com a ajuda de um explicador para estudar matemática. É uma aluna de 17 valores. O manual escolar de matemática está presente na escola e em casa, entendendo sempre o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e algumas vezes sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do seu manual, manual B, porque tem cor e mais exemplos, contudo gosta do manual do Professor Vicente Gonçalves por este conter menos informação e estar mais resumido.

A aluna Fátima vive com os pais e demora menos de 10 minutos a chegar à escola. Estuda matemática num centro de explicações. Estuda matemática diariamente e prefere estudar sozinha. Conta com a ajuda de um explicador para estudar matemática. É uma aluna de 18 valores. O manual escolar de matemática está presente na escola e em casa, entendendo sempre o que lá está escrito. Usa sempre o manual na escola e nunca sente diferenças entre o que se diz na aula e o que está escrito neste. Tem a noção que alguns exercícios são parecidos com os que estão nos testes. Afirma recorrer ao manual escolar de matemática para fazer exercícios e quando não entende a matéria afirma que este já serviu para lhe tirar dúvidas da matéria dada na aula. Gosta do seu manual escolar de matemática.

A aluna gosta mais da explicação do seu manual, manual B, porque a linguagem está mais simples, tem muitos exemplos e a estética é mais agradável. Elogia a

objectividade do manual de Vicente Gonçalves embora critique por possuir poucos exemplos o que dificulta a compreensão do conceito. É de opinião que basta ler uma vez o manual B para entender enquanto que no manual A tem que reler várias vezes.

## Capítulo 3 – Apresentação e análise dos resultados

Neste capítulo é feito o registo e análise dos resultados obtidos tanto no questionário como na entrevista, efectuados aos alunos do 5º, 8º e 12º anos de escolaridade. Apresentamos também “o recorte elaborado pelo aluno” e a respectiva justificação das suas escolhas. Como já foi referido elaboram-se dois questionários, a saber:

- questionário I: “*Proximidade do aluno com o seu manual escolar de matemática*”;
- questionário II: “*Manuais do Professor Vicente Gonçalves entre os alunos de 2008*”.

Parte dos resultados obtidos no questionário I já foram apresentados no capítulo 2 aquando da caracterização dos participantes. Desse questionário importa agora analisar as respostas que visam caracterizar a proximidade do aluno com o seu manual escolar de matemática.

Em cada um dos anos lectivos foram usados excertos de dois manuais: um do Professor Vicente Gonçalves, ao qual nos referimos como manual A e o manual escolar de matemática adoptado nessa turma que designamos por manual B.

No final do capítulo dedicamos uma subsecção à síntese dos resultados obtidos. A entrevista foi efectuada apenas a quatro alunos de cada uma das turmas participantes, de acordo com o guião apresentado no anexo 4.

### 3.1. Ano de escolaridade – 5º

Esta secção é dedicada à apresentação das respostas dadas pelos alunos da turma do 5º ano de escolaridade, aos questionários e entrevistas, questão a questão e respectiva análise.

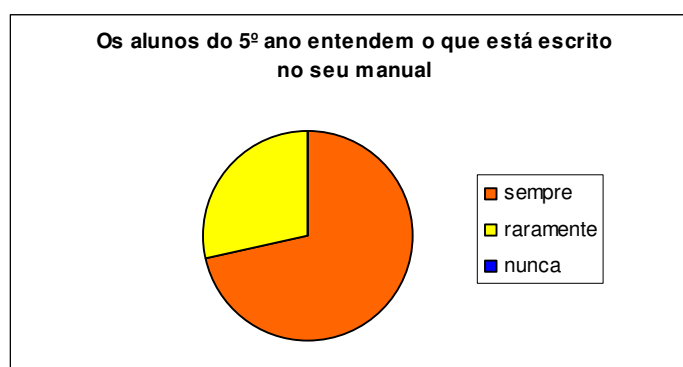
#### 3.1.1. Questionário

Nesta subsecção apresentamos as respostas obtidas nos dois questionários (ver anexos 1 e 2) relativamente aos alunos do 5º ano de escolaridade.

*Descrição dos resultados obtidos no questionário I:*

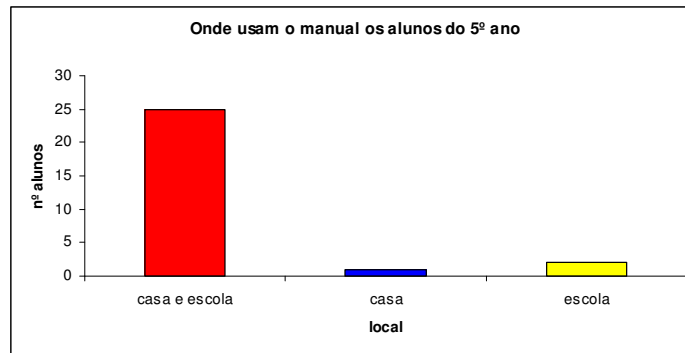
Passamos de seguida a expor os resultados das questões que visam caracterizar a proximidade do aluno com o seu manual escolar de matemática.

Dos 28 alunos, só 1 assinalou que raramente entendia o que estava escrito no seu manual, os outros dizem entender sempre o que lá está escrito.

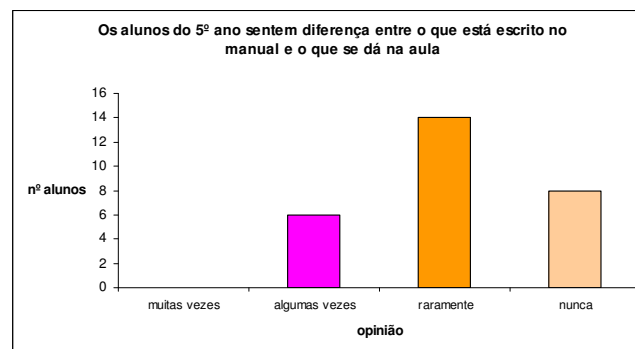


Relativamente à questão “Onde usas o manual escolar de matemática?” houve alunos que colocaram como resposta tanto em casa como na escola, assim iremos contabilizar como opções: só em casa, só na escola, escola e casa. Concluimos também que o manual escolar está presente na escola, só um aluno é que referiu que raramente usava o manual na escola.

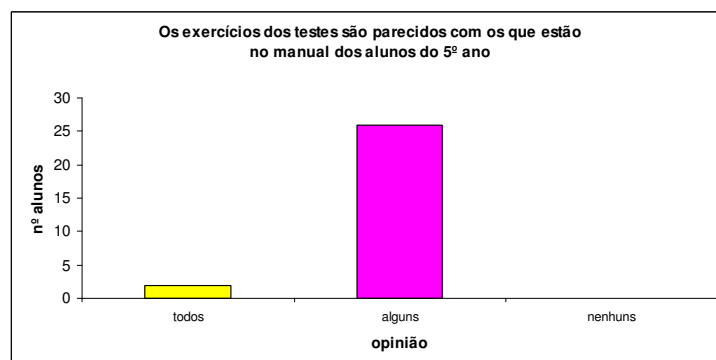




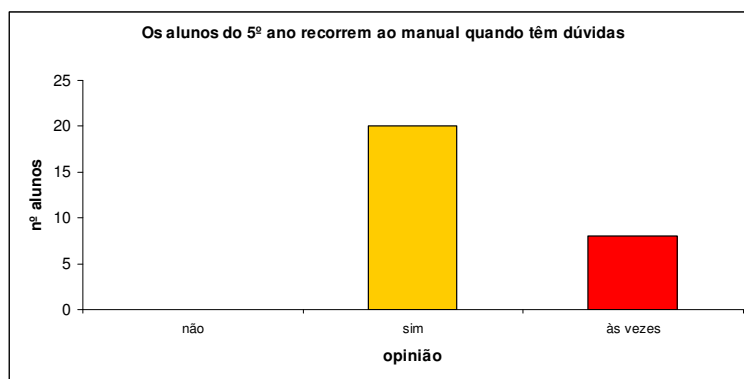
As opiniões dividem-se quando perguntamos se os alunos sentem diferença entre o que está escrito no manual e o que se dá na aula. Dos 28 alunos 14 dizem que raramente sentem, 6 dizem sentir algumas vezes e os restantes 8 dizem que nunca.



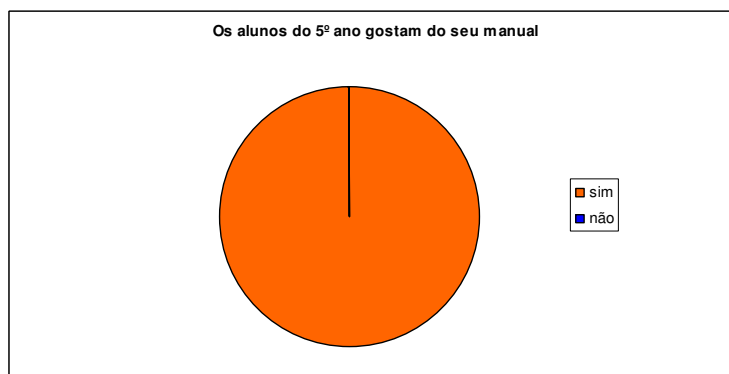
Dois alunos dizem que os exercícios que saem nos testes são todos parecidos com os que estão no manual escolar, tendo os restantes respondido que alguns são.



Oito alunos só às vezes recorrem ao manual escolar para tirar dúvidas, os restantes 20 dizem que sim.



Todos os alunos dizem que já esclareceram dúvidas através do manual escolar. Dos 28 alunos todos fazem os exercícios que estão no manual escolar. Por fim todos os alunos dizem gostar do seu manual escolar.



### *Descrição dos resultados obtidos no questionário II:*

Passamos de seguida a expor os resultados obtidos no segundo questionário.

1ª Questão: Observa os dois recortes dos manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

Como as frases das respostas começavam todas por: “*Eu prefiro o recorte B porque...*” optámos por enumerar apenas as justificações dadas pelos alunos. Note-se que não contabilizámos quantos alunos deram a mesma resposta, limitámo-nos a compilar o tipo de respostas.

A maioria dos alunos responde: “*Eu prefiro o recorte B porque...*”

- ... *é mais fácil de se entender*". Maria

- ... *é mais colorido*". Hugo

- ... *é mais simples*". Carina

- ... *é mais divertido*". Mafalda

- ... *é menos complicado*". Inês

- ... *tem setas a indicar*". Sara

- ... *estou mais habituado*". Jorge

Somente dois alunos dizem:

- "*Eu prefiro o recorte A porque é mais fixe*". Hugo.

- "*Prefiro o A porque era difícil de entender*". João.

2ª Questão: Volta a ler os recortes dos manuais escolares. Em qual dos dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

Sintetizamos abaixo as respostas dadas pelos alunos a esta questão.

A maioria dos alunos sente mais dificuldades relativamente ao recorte A. Atente-se nas respostas dadas: "*Senti mais dificuldade no recorte A porque...*

- ... *não é tão específico*". Joana

- ... *tem muitos números juntos*". Mafalda

- ... *não explica o procedimento*". Mafalda

- ... *tem preto e branco*". Ruben
- ... *não tem desenho*". Alexandre
- ... *não se percebe*". Carina
- ... *não tem contas a indicar*". Helder
- ... *não se percebem as contas*". Inês
- ... *tem de se pensar muito e tem de se apresentar muitos números*". Jessica
- ... *não tem memorisante<sup>1</sup> a pergunta*". Sara
- ... *não tem desenhos está uma confusão*". Sara
- ... *muitos sinais e números*". Jorge
- ... *não consigo apanhar o raciocínio das missangas*". Lucas

Apenas três alunos referiram que entendiam os dois manuais:

- "*Dos dois recortes, eu não tenho dificuldades. Porque é fácil de entender*". Gonçalo
- "*Iguais*". David
- "*Eu consigo entender os dois recortes*". Jessica

---

<sup>1</sup> Expressão usada pelo aluno

3ª Questão: Em qual das duas explicações ficou a saber o que é a propriedade comutativa da adição?

Em relação a esta questão, a maior parte dos alunos afirmam entender o conceito no manual B. Contudo seis alunos têm outra opinião:

Dois alunos, Luís e Cristiano dizem que é no recorte A que entendem melhor.

- *“A explicação que mais explica o que é a propriedade comutativa é a A.”*  
Cristiano

- *“No A”*. Luís

E três alunos dizem que entendem a explicação nos dois manuais.

- *“É nas duas para mim é indiferente”*. Daniel

- *“Nas duas explicações”*. Bernardo

- *“Eu acho que são nos dois recortes de manuais”*. Jessica

4ª Questão: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

Na resposta a esta questão ninguém desenhou uma imagem (nova). Todos dizem que colocariam a imagem do recorte B porque assim, fica mais bonito, mais colorido, mais engraçado, para se entender melhor.

- *“Sim porque percebe-se melhor eu meto o desenho do manual B”*. Miguel

- *“O B porque fica mais engraçado”*. Diogo

- *“Sim. O desenho do manual B. Porque é mais expressivo”*. Sara

- *“Sim o B, porque é mais colorido”*. João

- existência/não existência de imagens;
- existência/não existência de setas;
- existência de simplicidade;
- habituação;
- existência/não existência de cores;
- espaçamento entre os dados (“Tem muitos números juntos”);
- muita informação (“Muitos sinais e números”).

No que refere à 2ª questão, os alunos queixam-se da falta de uma explicação junto ao procedimento, abaixo reproduzido, existente no manual A.

$$2 + 3 + 4 = \overbrace{1+1}^2 + \overbrace{1+1+1}^3 + \overbrace{1+1+1+1}^4$$

$$2 + 4 + 3 = \overbrace{1+1}^2 + \overbrace{1+1+1+1}^4 + \overbrace{1+1+1}^3$$

- "Senti mais dificuldades no A, porque tem de se pensar muito e porque tem de se apresentar muitos números". Jessica

- *”No A, porque são muitos números juntos e também não explica o procedimento”*. Mafalda

- *”O primeiro porque não percebo e porque as contas não se percebem”*. Inês Silva

Isto sugere a necessidade, que estes alunos de 11 anos parecem ter, de os tópicos estarem sintetizados, resumidos, simples.

Um aluno diz *“não consigo apanhar o raciocínio das missangas”*, o que sugere que ele sabe ser a partir dali que se constrói o raciocínio, mas não o consegue entender.

A maioria dos alunos não se adaptou ao manual A, afirmando, inclusivamente, entender melhor o conceito no manual B.

### **3.1.2. Entrevista**

Nesta subsecção apresentamos as respostas obtidas nas entrevistas efectuadas aos quatro alunos do 5º ano de escolaridade que constituíram os nossos estudos de caso, questão a questão e sua análise. Passamos a transcrever a resposta dada pelos alunos no questionário dois, bem como as respostas dadas na entrevista com vista a interligar e entender as suas respostas.

1ª Questão: Na primeira questão era pedido ao aluno que observasse os dois recortes de manuais escolares e que num primeiro olhar dissesse qual dos dois manuais preferia e porquê.

A aluna Mafalda respondeu *“Prefiro o B, porque é mais simples, mais divertido e também ajuda-nos a compreender”*. Solicitamos à aluna para nos explicar porque é que o manual B era mais simples, tendo esta respondido:

*“Eu acho que o B é mais simples porque no recorte A dão um exemplo, mas o exemplo não exemplifica muito bem e depois tem aqui estas contas que ao primeiro olhar não dá para perceber, este exemplo confesso que não percebi. Já no recorte do manual B é mais colorido dão um exemplo mais específico ”*.

Perguntamos à aluna qual era a importância da cor, esta afirma que:

*“Tem mais cor, mais desenhos, isso é bom porque eles ainda estão a lidar com crianças, eu acho que se eles derem isto assim, as crianças ficam sem perceber, ficam com uma má imagem do livro escolar, com desenhos da nossa altura as crianças começam a ganhar mais gosto por estudar e para olhar para os manuais”.*

A aluna justificou porque é que o manual B era mais divertido:

*“É mais divertido porque o livro parece que brinca connosco, como é que eu hei-de dizer isto, eu continuo a insistir na situação da cor, são mais divertidos, simples, mais fácil de interpretar, tem cor, tem desenhos, tem exemplos e eu acho isso importante num livro ”.*

Concluiu a sua explicação dizendo que o manual B,

*“Tem exemplos, e depois também tem estas setinhas que indicam o que é, e agora não está aqui o recorte todo, mas eu sei que o meu manual tem uma síntese que resume tudo, eu acho que isso também faz parte”.*

O aluno Gonçalo respondeu *“Prefiro o B porque é mais simples, percebo perfeitamente e é mais fácil de entender”*. Defende que o manual B está mais simples pois tem legendas, desenhos, *“Porque o B tem as legendas, tem desenhos, está mais explicado”*, afirmando que os desenhos *“Fazem-me pensar mais no problema, aqui no A sem o desenho não consigo entender. O B tem legenda, diz o que são as parcelas, a soma e assim quando for o teste já sabemos”*.

Perguntamos ao aluno porque é que dizia que o B era mais fácil de entender, tendo este dito que *“No manual A parece que as contas são mais difíceis, não tem desenhos e isso. Eu entendi uma parte, outra não, falta uns desenhos que expliquem bem, as contas parecem muito difíceis”*.

O aluno João respondeu que *“Prefiro o A porque era difícil de entender”*, pedimos ao aluno para se explicar, este justificou-se dizendo que quanto maior é o grau



de dificuldade melhor é a sua preparação para o ano seguinte, *“Eu prefiro as coisas mais difíceis para tentar avançar um bocadinho, quando eu passar para o 6º ano tenho menos dificuldades, progrido mais”*.

Apesar de preferir o manual B, o aluno tem a consciência que o manual A era mais difícil de entender. Perguntamos que “coisas” são essas que tornam o manual A mais difícil. O aluno afirma que não entendeu nada do manual A pois, *“Este está todo seguido, este exemplo não entendo, e o das missangas também não entendo”*.

O aluno Vasco respondeu *“Prefiro o B porque se torna mais fácil de explicar e o outro ao ser mais difícil de perceber outros alunos poderiam não perceber”*. O aluno explica-se dizendo que o que torna o manual B mais fácil é o facto de ter desenhos, tabelas, um problema e a sua respectiva resolução,

*“O manual B tem desenhos, tem uma tabela a explicar, tem até legendas a dizer o que é, um problema com a resposta a explicar, aqui em baixo, aqui não está, mas eu sei que tem uma síntese, isso é bom”*.

O aluno elogia o exemplo do colar de missangas dado no manual A, no entanto afirma que o exemplo que vem a seguir é extremamente difícil de se entender, *“No manual A este exemplo das missangas é bom, mas este exemplo que vem a seguir estes números pareciam-me até fracções, e eu não estava a perceber”*.

O aluno refere ainda que talvez o manual A não seja acessível a todos os alunos, *“há outros alunos que têm mais problemas que nós, eu falo como bom aluno, mas se calhar esses iriam sentir mais dificuldades, em casa ao estudar para um teste isto iria parecer “chinês” digamos assim. Estes desenhos explicam o que se está a perguntar”*.

Por fim o aluno refere que *“A cor torna mais alegre, fica mais vistoso, não é preto e branco. Parece que a pessoa que fez isto era preguiçosa nem se deu ao luxo de desenhar, pronto pintar”*.

2ª Questão: Na segunda questão era pedido ao aluno que voltasse a ler os recortes dos manuais escolares e que referisse em qual dos dois sentiu mais dificuldades, justificando a sua resposta e sublinhando as frases que não tenha entendido.

A aluna Mafalda respondeu *“No A, porque são muitos números juntos e também não explica o procedimento.”* Pedimos à aluna para olhar com atenção outra vez para o manual A e tentar dizer o que lhe fez confusão bem como o que não conseguiu entender, esta afirma que *“Não percebi nada do exemplo”* do manual A.

Explicou-se o exemplo e perguntou-se, se no caso da professora dela ter dado este exemplo se teria gostado, ao que respondeu:

*“Ficava a perceber, mas continuo a preferir o meu manual, eu acho este exemplo importante, mas eles aqui não dão a explicação, se aqui dessem a explicação as pessoas iam ficar a entender mesmo que a professora não explicasse”.*

O aluno Gonçalo respondeu *“Senti mais dificuldades no A. Porque não percebo o exemplo”.* Explicou-se o exemplo tendo este finalizado que *“Agora que percebo acho que o exemplo é bom, mas ainda não consigo dizer sozinho”.*

O aluno João respondeu *“Senti mais dificuldades no A porque são muitos números.”* Após se ter explicado a parte *“dos muitos números”* o aluno diz que *“Agora ainda gosto mais do manual A, já entendi. Eu metia um desenho de missangas e metia setas no exemplo para explicar”.*

O aluno Vasco respondeu *“Senti mais dificuldades no A por ter mais números uns em cima de outros a parecerem fracções, tornando-se assim mais complicado.”* Explicou-se ao aluno o exemplo tendo este depois dito que, *“Agora entendi, mas gosto mais do B porque está mais a explicar. O do A precisava de uma síntese a explicar o exemplo”.*

Achamos curioso o aluno ter referido que o exemplo pareciam fracções, uma vez que não tinha traço de fracção, este explica-se dizendo que, *“Pois fracções, não tem traço, mas pensei que fosse da impressora”.*

3ª Questão: Na terceira questão era pedido ao aluno para dizer em qual das duas explicações ficava a saber o que era a propriedade comutativa da adição.

A aluna Mafalda respondeu que “*No manual B*” e refere “*Só percebi a parte das missangas no manual A o resto não entendi.*” A aluna volta a dizer que mesmo agora entendendo o exemplo mantém a sua opinião em preferir o seu manual e volta a insistir na importância da cor e das imagens, contudo diz que já entende o conceito nos dois manuais.

O aluno Gonçalo respondeu “*O manual B*” e volta a insistir que mesmo agora que lhe explicaram sente que sozinho não era capaz de o explicar “*O exemplo do A era difícil, mas agora entendi, mas não consigo explicar*”.

O aluno João respondeu, “*Fico a saber o que é a propriedade comutativa da adição com as explicações B*” contudo depois de explicado o exemplo do manual A o aluno afirma entender o conceito nos dois manuais, “*Agora já entendi, agora é fácil*”.

O aluno Vasco respondeu “*Fiquei mais a saber no B*, o aluno explica-se dizendo, “*Prefiro o B, mas entendo o A, consigo entender melhor o B. O A parece mais esquisito, tudo muito junto*”, acrescenta que agora que se explicou o exemplo não tem qualquer dificuldade no manual A.

4ª Questão: Na quarta questão solicitámos a opinião do aluno relativamente a colocar ou não um desenho, qual seria e porquê.

A aluna Mafalda respondeu, “*Sim, o B, porque fica mais colorido e interessante*”. Perguntámos à aluna qual era a importância dos desenhos, esta refere que ajudam a compreender o conceito, é muito mais fácil do que imaginar,

“*Acho que o desenho tem a ver com a explicação que estão a dar e se nós tivermos uma imagem a descrever-nos aquilo, eu acho que é importante, do que nós estarmos a imaginar*”.

A aluna exemplifica a importância do desenho lembrando-se de um caso particular, o estudo das fracções,

*“Por exemplo agora a matéria que estamos a dar, as fracções, se nos dissessem um terço de um bolo, se nós tivéssemos um bolo com um terço a destacar, nós ficaríamos a perceber melhor do que se imaginássemos o bolo com um terço”.*

Conclui dizendo que gostou muito do exemplo do manual A contudo, *“Num manual feito por mim se calhar colocaria este exemplo das missangas, mas com um desenho. Metia cor, desenhos, identificaria as parcelas, soma e não mudava mais nada”.*

O aluno Gonçalo respondeu, *“Sim, o manual B, porque se entende melhor e é mais simples”* explica-se dizendo que o desenho ajuda a pensar, *“Tem os bolos, está lá tudo e assim fica muito mais simples, explica melhor, basta pensar um bocado e entendemos tudo”.*

O aluno João respondeu, *“Sim, o B, porque é mais colorido”* refere que o desenho alegre e ajuda a entender, aliás refere que se o seu manual também não tivesse o desenho não iria entender o conceito, *“Parece mais alegre, se o B não tivesse imagem também não entendia nada”.*

O aluno Vasco respondeu, *“Sim, no B, porque com as imagens pode-se perceber melhor as coisas.”* O aluno é de opinião que se devem colocar imagens relacionadas com o assunto caso contrário não estão lá a fazer nada,

*“As imagens ajudam, principalmente se estiverem relacionadas com o texto, com o que se está a dizer. Se não estiver não dá para ajudar, está um desenho, mas é a mesma coisa que não esteja lá nada”.*

*Análise dos resultados:*

Relativamente à existência/ não existência de imagens os alunos dizem que estas ajudam bastante na compreensão dos conceitos, tornam o assunto mais engraçado, alegria o manual. Todos os alunos defendem que as imagens são imprescindíveis para a compreensão dos conceitos. Um aluno refere ainda que o manual só deve ter imagens relativas ao assunto.

A cor torna o manual mais vistoso, alegre, provocando motivação em ler o assunto.

Todos os alunos do 5º ano entrevistados sentiram dificuldades no exemplo dado no manual. Contudo após ter-se explicado o exemplo, afirmam entender. Os alunos defendem que era necessário haver um texto a acompanhar o exemplo. Apontaram que a maneira como estava exposto o exemplo os confundia, apontaram que tinha a informação muito junta.

### **3.2. Ano de escolaridade – 8º**

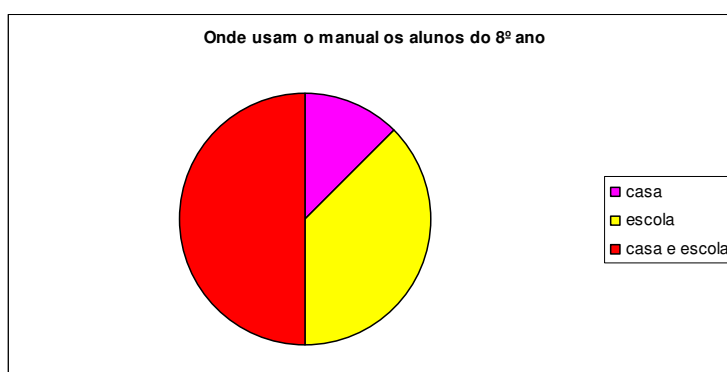
Esta secção é dedicada à apresentação das respostas dadas pelos alunos da turma do 8º ano de escolaridade, aos questionários e entrevistas, questão a questão e respectiva análise.

#### **3.2.1. Questionário**

Nesta subsecção apresentamos as respostas obtidas nos dois questionários (ver anexo 1 e 2), relativamente aos alunos do 8º ano de escolaridade.

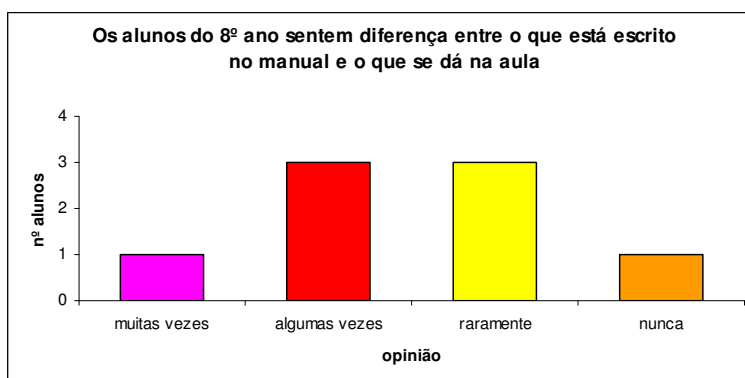
*Descrição dos resultados obtidos no questionário I:*

Passamos de seguida a expor os resultados das questões que visam caracterizar a proximidade do aluno com o seu manual escolar de matemática. Dos 8 alunos, 7 dizem usar sempre o manual escolar na escola, 4 ainda assinalam um segundo local, a casa.



Estranhámos a resposta do aluno que não assinalou a opção escola como o fizeram os seus colegas. Contudo confrontando a resposta dada por este aluno a esta questão, “Onde usas o manual escolar de matemática?” com a questão “Usas o manual escolar de matemática na sala de aula?” deduzimos que poderá ter sido um erro ou poderá usar o manual de um colega.

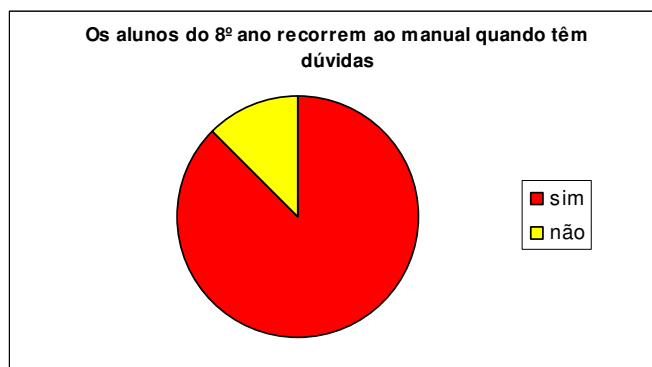
Perguntámos se o aluno sentia diferença entre o que se dizia na sala de aula e o que está escrito no manual. Aqui as opiniões dividiram-se, só 1 aluno é que diz que nunca sente diferença, 2 raramente, 4 algumas vezes e 1 que muitas vezes.



Um aluno diz que nunca entende o que está no manual, 3 assinalaram raramente e 4 dizem entender sempre.



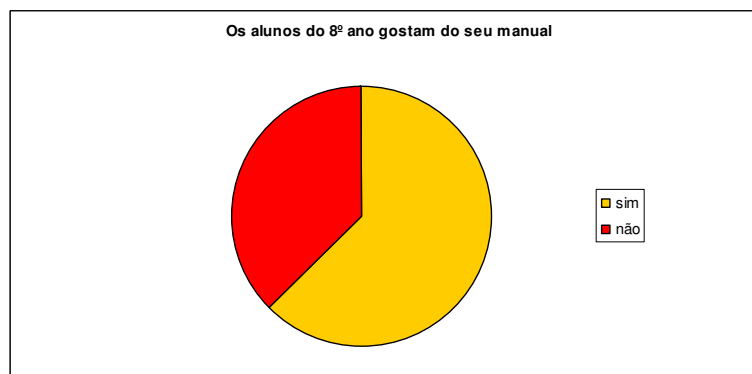
Como resposta à questão “Alguma vez o manual escolar de matemática serviu para te tirar alguma dúvida da matéria dada na aula?”, 7 afirmam que sim.



Fomos verificar se o aluno que respondeu “não” a esta pergunta era o aluno que anteriormente tinha dito nunca ter entendido o que está no seu manual, verificamos que não. Assim, achamos estranho este aluno ter dito anteriormente que nunca entendeu o que estava no seu manual e depois afirmar que este o ajudou a tirar dúvidas da matéria. Para saber se o manual escolar de matemática servia de auxílio quando o aluno não entende a matéria, questionámo-lo se este recorria ao manual escolar. Dos 8 só 1 responde que sim, os restantes 7 dizem às vezes. Todos os alunos dizem fazer os exercícios do manual e dos 8, 6 acham que alguns dos exercícios são parecidos com os que aparecem no teste, 1 aluno afirma que todos são parecidos e 1 outro diz que nenhum é parecido.



Por fim, 5 alunos dizem gostar do seu manual escolar, enquanto 3 são de opinião contrária.



*Descrição dos resultados obtidos no questionário II:*

Passamos de seguida a expor os resultados obtidos no segundo questionário.

1ª Questão: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

A maioria dos alunos responde: *“Eu prefiro o recorte B porque...*

*- ... tem menos perguntas e mais imagens”*. Pilar

*- ... tem um resumo da matéria e exercícios”*. Andreia



- ... *tem cores, a matéria está mais separada*”. André
- ... *tem desenhos e dá para compreender melhor*”. Beatriz
- ... *tem imagens e mais cor*”. Mara

Somente dois alunos referem:

- “*Eu prefiro o recorte A, porque embora não tenha desenhos tem a matéria bem explicada*”. Anita
- “*Eu prefiro o manual A, porque tem as coisas mais explícitas*”. Bianca

Um dos alunos, embora afirme preferir o manual B, faz uma apreciação a ambos os manuais ao responder:

- “*Prefiro o B, contém mais imagens, mas o manual A também nos faz perceber que não era necessário as imagens para percebermos a matéria, porque para além disso os manuais de há 80 anos têm a mesma matéria e não ocupa tantas folhas como os manuais actuais*”. Lara

2ª Questão: Volta a ler os recortes dos manuais escolares. Em qual dos dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

Apresentamos em seguida as respostas dadas pelos alunos a esta questão:

- “*Não senti dificuldades em nenhum, pois ambos dizem o mesmo, mas o manual actual contém exercícios*”. Lara
- “*É no recorte B porque explica cada exercício que está ao lado*”. Pilar

- *“O manual B por causa dos símbolos”*. (Sublinha o símbolo da intersecção de conjuntos no manual B) Andreia
- *“No segundo porque tem a matéria melhor explicada”*. Anita
- *“No A, porque explica a matéria, mas tem muita”*. André
- *“No recorte A, não explica tão bem e no B dá mais explicações”*. Beatriz
- *“O manual B porque é só problemas e não explica bem”*. Bianca
- *“Mais dificuldade no manual A porque tinha expressões diferentes”*. Mara

3ª Questão: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum?

Em relação a esta questão, obtivemos as três respostas: manual A, manual B, e em ambas.

Três alunos dizem que entendem ambas as explicações, 2 referem o manual A e os restantes 3 referem o manual B.

4ª Questão: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

Na resposta a esta questão alguns alunos dizem que não é preciso imagem nenhuma para se aprender a matéria.

- *“Nada. Não preciso de bonecos para compreender a matéria”*. Anita
- *“Não porque os desenhos não chegam a servir de muito”*. Lara

Outros alunos dizem que a imagem ajuda muito na compreensão e serve de impulso ao estudo.

- “*Sim alguns. Porque é uma maneira um pouco mais divertida*”. Bianca
- “*Sim, algum que explique melhor, porque assim podemos perceber melhor com uma imagem*”. Beatriz
- “*Talvez, para ficarem a perceber melhor. Qual não sei*”. Andreia

*Análise dos resultados:*

A 1ª questão tem como objectivo analisar o “*layout*” (estruturação da página). Das respostas dadas pelos alunos podemos apontar como aspectos que os afectam os seguintes:

- existência/não existência de imagens;
- semelhança entre os manuais A e B;
- distribuição da mancha de texto;
- quantidade de perguntas;
- existência/não existência de resumo teórico;
- existência/não existência de exercícios;
- existência/não existência de cores;

Três alunos mencionaram como aspecto a *qualidade da explicação* (dois em relação ao manual A e um em relação ao manual B). Entendemos que esta resposta não analisa a estruturação da página (mas que é uma resposta aos objectivos: adaptação, por parte dos alunos, aos manuais escolares e actualização dos conteúdos).

No que refere à 2ª questão, ao analisar as respostas dadas pelos alunos constatamos que em vários dos casos é necessário falar directamente com os alunos por nos parecer haver incoerência nas respostas. Um aluno considerou adaptar-se bem aos dois manuais, conseguindo aperceber-se que ambos dizem o mesmo. Depois as opiniões dividem-se: uns alunos adaptam-se melhor ao manual A, afirmando por exemplo que a linguagem matemática no manual B causa confusão, e que por ter tantos elementos para cativar a atenção (imagens, cor, *bold*, contornos e sombreados, etc.) acaba por se tornar difícil assimilar o conceito. Outros adaptam-se melhor ao manual B, por exemplo o

facto do manual A ter muitas palavras causa-lhes dificuldade. Outros, ainda, afirmam que o B desenvolve mais o assunto o que facilita a aprendizagem.

Em relação à 3ª questão obtivemos as três respostas: manual A, manual B, e em ambas. Aqui considerámos que através do diálogo iremos aprofundar os motivos que levaram os alunos a tomarem estas preferências.

Relativamente à 4ª questão é de estranhar os alunos referirem que não são necessárias imagens quando, relembrando a resposta dada na 1ª questão, muitos dos alunos dizem que preferem o manual B porque tem imagens. Mais uma vez entendemos ser necessário esclarecer estes aspectos através da entrevista.

### 3.2.2. Entrevista

Nesta subsecção apresentamos as respostas obtidas nas entrevistas efectuadas aos quatro alunos do 8º ano de escolaridade que constituíram os nossos estudos de caso, questão a questão e a sua análise. Passamos a transcrever a resposta dada pelos alunos no questionário II, bem como as respostas dadas na entrevista com vista a interligar e a melhor entender as suas respostas.

1ª Questão: Na primeira questão era pedido ao aluno que observasse os dois recortes de manuais escolares e que num primeiro olhar dissesse qual dos dois manuais preferia e porquê.

A aluna Beatriz respondeu *“Prefiro o B, porque tem desenhos e dá para compreender melhor.”*

Solicitámos à aluna para nos explicar porque é que com o desenho se entendia melhor a matéria, bem como o que a levava a dizer que o manual B possibilitava uma melhor compreensão. A aluna explica-se dizendo que, *“com o desenho é o que eu continuo a dizer, é mais fácil”*. Refere que o facto de o manual A ter pouca quantidade de informação, não a ajuda, pois caso esta não entenda à primeira a matéria, tem de recorrer de imediato ao professor:

*“Eu leio isto e não consigo entender bem, se tiver mais palavras eu consigo interpretar melhor. Se eu não perceber, tenho que ir logo perguntar ao*

*professor para me ajudar. Se eu tiver um livro com desenhos, mais frases escritas, é mais fácil de compreender”.*

Contudo a aluna alerta que, quando refere que aprecia muita informação, não quer dizer que sejam frases que repitam constantemente o assunto, mas *“frases que me façam entender melhor”*.

A aluna Anita respondeu que preferia *“O primeiro manual, porque embora não tenha desenhos tem a matéria bem explicada”*.

Questionámos a aluna sobre a importância dos desenhos e o que a tinha levado a dizer que o manual A tinha a matéria melhor explicada. A aluna explica-se dizendo que

*“Depende do desenho, o desenho pode dizer a mesma coisa que está escrita. É muito mais engraçado, mas não é só pelo engraçado, mas sim pela maior facilidade em interpretar a matéria”*.

Crítica o seu manual por conter muita informação, afirmando que lhe provoca confusão,

*“Neste ao ler uma vez compreendo melhor do que no meu manual porque tem muitas coisas, muitas mais coisas e muitos exemplos e misturam muito mais coisas e fica um bocado confuso”*.

Pedimos à aluna para se explicar melhor, ao que respondeu *“Não sei explicar. Esta forma identifica-se mais comigo, com a minha maneira de estudar”*.

O aluno Carlos respondeu que prefere *“O B, porque tem cores, a matéria está mais separada.”*.

O aluno explica-nos que a cor *“Motiva, incentiva, dá curiosidade para ir ver o que lá está no manual”*.

Pedimos ao aluno que explicasse o que queria dizer com *“a matéria está mais separada”* e qual a importância disso, este diz que *“No recorte A fala de dois assuntos e isso confunde”*.

A aluna Lara respondeu que:

*“Prefiro o B, porque contém mais imagens, mas o manual A também nos faz perceber que não era necessário as imagens para percebermos a matéria, porque para além disso os manuais de há 80 anos têm a mesma matéria e não ocupa tantas folhas como os manuais actuais”.*

A aluna é de opinião que a imagem *“Dá cor, um melhor aspecto e pode ser relacionado com o problema e ajudar. Dá uma melhor apresentação e retrata o que no problema se está a referir”.*

Contudo a aluna tem a noção que não foi pelo facto de ter imagem que fez com que entendesse a matéria e afirma que também entendeu o conceito no manual A,

*“Pode não ter imagens e conseguir-se entender e eu entendi. Era igual só que um continha imagens”.*

Outro aspecto focado pela aluna foi a quantidade de folhas usadas no manual B, alerta dizendo que *“Estão a meter árvores abaixo, fica pesado nas malas e ao ver que tem mais folhas não provoca vontade de estudar, ”iiii tantas páginas” perdemos logo a motivação”.*

2ª Questão: Na segunda questão era pedido ao aluno que voltasse a ler os recortes dos manuais escolares e que referisse em qual dos dois sentiu mais dificuldades, justificando a sua resposta e sublinhando as frases que não tenha entendido.

A aluna Beatriz respondeu que *“No recorte A, não explica tão bem e no B dá mais explicações”.*

Perguntámos à aluna o que lhe tinha causado confusão no manual A, e que explicações estavam no B que fizeram com que ela conseguisse entender melhor. Esta respondeu que o facto de o manual A conter pouca informação prejudicava,

*“A introdução que fazem no manual B é óptimo, põe-nos um problema e nós o que não entendermos vimos cá para trás e vemos as indicações que nos deram, os desenhos e compreendemos mais facilmente, enquanto no manual B lêmos, se*

*não percebermos, onde é que nós vamos ver? Não vamos ver a lado nenhum, só tem estas indicações!”.*

A aluna Anita respondeu que sentia mais dificuldades *“No segundo, porque tem a matéria, melhor explicada”.*

Pedimos à aluna que nos esclarecesse esta resposta uma vez que na primeira questão disse que era o manual A o que tinha a matéria melhor explicada e, agora, dizia que era o B. A aluna afirmou que tinha trocado os manuais, *“Enganei-me eu queria dizer que senti mais dificuldades no segundo”.*

É de opinião que o manual B explica, mas contém muita informação,” *porque a matéria está explicada, mas tem muita coisa no meio”.*

O aluno Carlos respondeu que tinha sentido mais dificuldades *“No A, porque explica a matéria, mas tem muita”.*

O aluno diz que entende o que está escrito no manual A e esclarece que o que queria dizer com a frase *“mas tem matéria”* era relativamente à disposição da matéria. O facto de o manual A abordar os dois assuntos lado a lado confunde-o, *“Está tudo junto, a disposição confunde”.*

A aluna Lara respondeu *“Não senti dificuldades em nenhum, pois ambos dizem o mesmo, mas o manual actual contém exercícios”.*

A aluna volta a confirmar a sua ideia de que ambos os manuais dizem o mesmo só diferem no aspecto, *“Dizem o mesmo, apenas estão de forma diferente, é a questão das imagens e da cor”.*

Perguntamos à aluna qual era a importância dos exercícios, tendo esta dito que os exercícios serviam para *“exercitarmos a matéria, para vermos se entendemos a matéria”.*

3ª Questão: Na terceira questão era pedido ao aluno para dizer em qual das duas explicações ficava a saber o que era o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum.

A aluna Beatriz respondeu que *“No recorte B tem mais coisas”.* Questionámos a aluna se, apesar da sua preferência pelo manual B, conseguia entender o que estava no

manual A. Esta respondeu que entendia a explicação do manual A, contudo alertou que como já tinha dado a matéria isso tinha-a ajudado,

*“Entendo o A mais dificilmente, mas não é um bicho-de-sete-cabeças, mas o B é muito mais fácil. Mas eu também já tinha dado a matéria, é muito simples tem pouco assunto”.*

A aluna Anita respondeu que era “No A”.

Pedimos que nos explicasse o que a levava a referir só o A e o que é que não entendia no manual B. Esta respondeu que o manual A era muito mais objectivo e o excesso de informação existente no manual B era prejudicial, *“....este é muito mais objectivo. Mas excesso de informação pode não ser prejudicial, a mim não ajuda já a outros pode ajudar.”*

O aluno Carlos respondeu que era “No B.”

Pedimos que nos explicasse o que o levava a referir só o B e o que é que não entendia no manual A.

Este afirma que no manual A, *“a matéria está muito junta, não tem desenhos”* e no manual B, *“tem um rectângulo ajuda, salienta mais, puxa mais para ler o que lá está, do que se estiver num molho, tem exercícios e isso é bom”.*

Contudo afirma que entende o que está no manual A.

A aluna Lara respondeu *“Em ambos. Mas no B só diz a explicação depois do exercício”.*

Esta aluna volta a afirmar que entende o que está nos dois manuais, contudo elogia o facto do manual B conter a explicação dos exercícios, *“Ao ter um exercício já feito já vamos vendo como se faz e depois tem a explicação para nós entendermos para outro tipo de problemas”.*

4ª Questão: Na quarta questão pedíamos a opinião do aluno relativamente a colocar ou não um desenho, qual seria e porquê.



A aluna Beatriz respondeu que *“Sim, algum que explique melhor, porque assim podemos perceber melhor com uma imagem”*.

A aluna volta a defender a sua opinião sobre a importância que têm os desenhos no sucesso da sua aprendizagem, dizendo que *“A primeira coisa que faço quando tenho um desenho é interpretar o desenho logo a seguir é que leio as indicações porque o desenho ajuda-me bastante”*.

Questionámos a aluna se podia ser um desenho qualquer e esta disse que não, que tinha de ser *“um desenho relacionado com a matéria”*.

A aluna Anita respondeu que não colocaria nenhum desenho, *“Nada porque não preciso de bonecos para entender a matéria”*.

Quisemos saber porque é que tinha dado esta resposta. Perguntamos porque é que dizia que não precisava de “bonecos” para aprender a matéria e esta, rindo-se, disse, *“Não tenho nada contra os bonecos”*.

Questionámo-la se alguma vez um desenho a tinha ajudado a aprender algum conceito e esta afirmou que sim. Já ajudou, contudo não se lembra, *“Não me lembro de nada, mas sei que já ajudou”*.

A aluna diz ainda que se analisar a imagem sozinha demora mais tempo do que se pedir à professora para a explicar, *“Se for eu sozinha a ver e a tentar entender demoro mais do que se pedir à professora para me explicar”*.

O aluno Carlos respondeu *“Não, para os alunos não se distraírem”*.

Tivemos curiosidade e quisemos entender o porquê do aluno, dizer que os alunos se distraíam, este exclamou *“a mim não distrai!”*, mas aos seus colegas sim.

Defendeu que os desenhos já o ajudaram e é de opinião que se a matéria é difícil deve-se colocar desenhos caso contrário não é preciso, *“Sim já me ajudaram a entender as coisas, se a matéria estivesse muito confusa colocava desenhos para me ajudar, se fosse fácil não. Neste caso não era preciso”*.

A aluna Lara respondeu que *“Não, porque os desenhos não chegam a servir de muito”*.

Perguntámos à aluna porque dizia que não precisava de desenhos para entender a matéria uma vez que na primeira questão tinha dito que preferia o manual B porque

tinha imagens, “*Eu gosto de ver os desenhos, às vezes para ficar com uma ideia do problema, do exercício, é bom, mas não é assim uma coisa muito importante*”.

*Análise dos resultados:*

Relativamente à existência/ não existência de imagens os alunos dizem que estas motivam, tornam o assunto mais engraçado e ajuda na compreensão da matéria. Contudo existem alunos que defendem que as imagens são imprescindíveis, já outros são de opinião que existem assuntos que não precisam de imagem, como é o caso do máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum. Todos concordam que o manual só deve ter imagens relativamente ao assunto.

Outro facto referido pelos alunos foi a quantidade de palavras/frases. Aqui há uma grande discrepância de opiniões. Uns são de opinião que a simplicidade da abordagem dos conceitos no manual de Vicente Gonçalves é uma mais valia devido à sua objectividade, e criticam o excesso de informação do seu manual escolar, pois, segundo eles, torna-se, maçador e confuso. Outros dizem que tal simplicidade é prejudicial pois se estiverem sozinhos a estudar não têm onde recorrer caso não entendam a matéria, elogiando assim o seu manual por conter bastante informação.

Um aluno refere que a forma como o texto está organizado no manual do Professor Vicente Gonçalves confunde-o, pois ter os dois assuntos lado a lado, baralha - o.

A cor e a existência de negrito/rectângulos desempenham um papel de indicador de que o assunto é importante, provocando motivação e curiosidade em ler o assunto.

Todos os alunos do 8º ano entrevistados referem que tanto a existência de exercícios como de exemplos são bastante importantes. Estes defendem que os exemplos ajudam a entender como se aplica a matéria e os exercícios permitem que o aluno se aperceba se sabe a matéria ou não.

### 3.3. Ano de escolaridade – 12º

Esta secção é dedicada à apresentação das respostas dadas pelos alunos da turma do 12º ano de escolaridade, aos questionários e entrevistas, questão a questão e a respectiva análise.

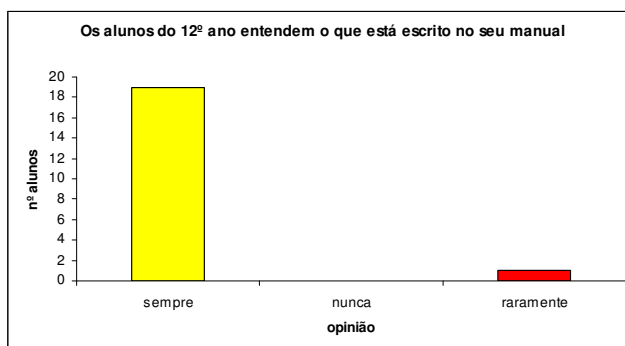
#### 3.3.1. Questionário

Nesta subsecção apresentamos as respostas obtidas nos dois questionários (ver anexos 1 e 2) relativamente aos alunos do 12º ano de escolaridade.

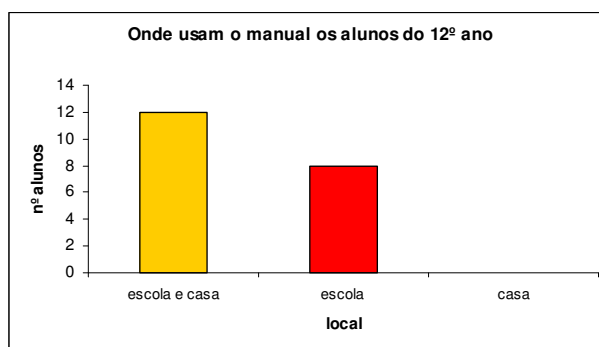
*Descrição dos resultados obtidos no questionário I:*

Passamos de seguida a expor os resultados das questões que visam caracterizar a proximidade do aluno com o seu manual escolar de matemática.

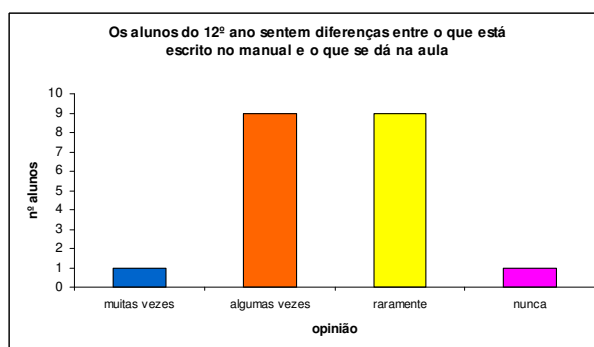
Dos 20 alunos só 1 assinalou que raramente entendia o que estava escrito no seu manual os outros dizem entender sempre o que lá está escrito.



Relativamente à questão “Onde usas o manual escolar de matemática?” houve alunos que colocaram como resposta tanto em casa como na escola, assim iremos contabilizar como opções: só em casa, só na escola, escola e casa. Concluimos também que o manual escolar está sempre presente na escola.

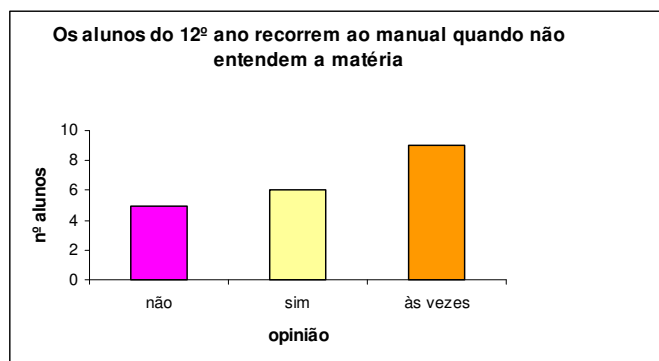


As opiniões dividem-se quando perguntamos se os alunos sentem diferença entre o que está escrito no manual e o que se dá na aula, dos 20 alunos, 9 dizem que raramente sentem, outros 9 dizem sentir algumas vezes e os restantes 2 dividem-se pela opção nunca e muitas vezes.

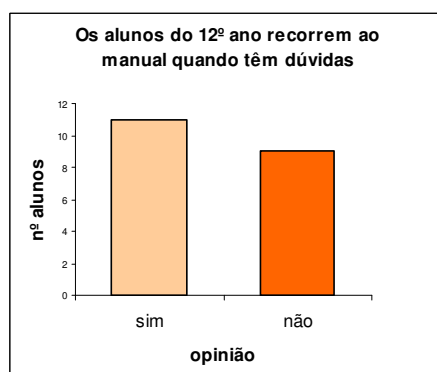


Quatro alunos dizem que dos exercícios que saem nos testes, nenhum é parecido com os que estão no manual escolar do aluno, tendo os restantes respondido que alguns são. Fomos tentar entender o porquê dos quatro alunos terem discordado da maioria. Verificámos que na questão “Onde usas o manual escolar?” estes quatro alunos assinalaram só na escola, pelo que os alunos só exploram o manual na sala de aula, o que sugere que fica muito por ver do seu manual escolar.

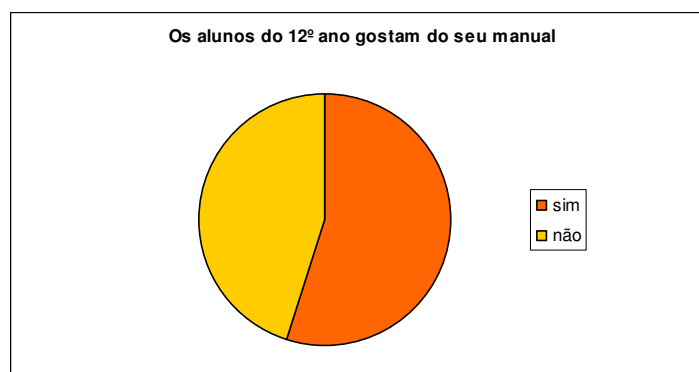
Cinco alunos não recorrem ao manual escolar para tirar dúvidas, os restantes 15 dizem que sim e às vezes.



Verificámos que dos que recorrem ao manual escolar, a 11 deles o manual já lhes foi útil para tirar dúvidas.



Dos 20 alunos só 1 não faz os exercícios que estão no manual escolar. Por fim, 9 alunos dizem não gostar do seu manual escolar e os restantes 11 dizem que gostam.



*Descrição dos resultados obtidos no questionário II:*

Passamos de seguida a expor os resultados obtidos no segundo questionário.

1ª Questão: Observa os dois recortes dos manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

As opiniões dividiram-se, uns preferiram o manual A, outros o manual B, havendo ainda alunos que manifestaram a sua preferência pelos dois. Note-se que não contabilizámos quantos alunos deram a mesma resposta, limitámo-nos a compilar o tipo de respostas.

Os que elegeram o manual A afirmam *“Eu prefiro o recorte A porque...*

- *...extremamente mais simples”*. Filipe
- *...menos frases e palavras “*. Filipe
- *... vai directamente ao assunto”*. Filipe
- *...tipo e tamanho de letra, organização do texto, mais perceptíveis “*. Ana
- *...o “preto e branco” não constitui para mim um problema”*. Diana
- *...a apresentação é mais clara e simples para ler”*. Sónia

Já os alunos que elegeram o manual B afirmam *“Eu prefiro o recorte B porque...*

- *...é mais bonito e cativa mais por causa da cor”*. Daniela
- *...os destaques e as notas na margem ajudam à compreensão”*. Daniela
- *... a cor desperta a minha atenção”*. Sandra

- *...modo como a matéria está organizada facilita a compreensão*”. Sandra
- *...informação mais detalhada também dá mais exemplos*”. João
- *... tem mais informação aparentemente melhor organizada*”. Soraia
- *...as letras são mais legíveis*”. Soraia
- *...tem cor o que se torna menos pesado*”. Berta
- *... não está escrito na largura total da página*”. Berta
- *...as notas na coluna do lado direito chamam a atenção e são simples*”. Berta
- *...informação sobre a função logarítmica na máquina calculadora*”. Helena
- *... tem vários tipos de exemplos (números fraccionários, raízes)*”. Helena
- *... transmite-me mais segurança*”. Miguel
- *...a letra a negrito foca o que é mais importante*”. Pedro
- *...bastantes exercícios resolvidos*”. Sara
- *...informações adicionais quanto à origem da palavra “logaritmo”*. Carla

Relativamente aos alunos que manifestaram a sua preferência pelos dois manuais escolares estes apontam que:

- *“Prefiro o manual mais recente, dá uma explicação mais completa do que é o logaritmo, dá mais exemplos, as cores são chamativas, temos informações adicionais quanto à calculadora, à origem da palavra “logaritmo”. No entanto no manual mais antigo a matéria é explicada de uma forma mais sintetizada e talvez seja possível uma melhor compreensão*”. Carla

- *“Prefiro o manual B uma vez que ao primeiro olhar o que me atrai imediatamente é a presença da cor. Mas por outro lado o segundo manual parece conter menos informação ou de forma mais resumida dando a impressão de ser menos “confuso” ”. Maria*
- *“Prefiro o segundo. No manual B a linguagem está mais simples, a estética é mais agradável e recorrem a muitos exemplos. Embora aprecie a objectividade do manual A penso que o facto de ter escassos exemplos dificulta a compreensão”. Susana*
- *“Prefiro o manual B, porque tem mais cor e anotações ao lado como curiosidades/auxiliar e muitos exemplos. No entanto, prefiro o manual A, pois ainda que não tenha cor, nem anotações ao lado, tem menos texto. Sendo mais sucinto capta mais a atenção”. Joana*
- *“Ambos têm aspectos que gosto. O recorte A tem a informação mais sucinta havendo menos para ler, no entanto a sua apresentação (tipo de letra, cor) não é tão boa. O recorte B tem mais cor, é mais apelativo em termos visuais e tem mais exemplos explicativos de como escrever um logaritmo”. Helana*
- *“O B pela apresentação, embora o A pareça mais resumido e chame mais a atenção para as coisas que estão dentro dos rectângulos”. Pedro*
- *“Prefiro o A, mas unicamente por me parecer menos confuso, mais limpo com menos coisas escritas. Apesar de compreender melhor o recorte B onde tem exemplos mais elucidativos. Não me perdi tanto a ler no recorte B como perdi no A”. Gisela*

2ª Questão: Volta a ler os recortes dos manuais escolares. Em qual dos dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

Apresentamos em seguida as respostas dadas pelos alunos a esta questão:



- ... *não senti dificuldades em nenhum, no recorte B, o autor, em vez de dizer uma só coisa simples e universal, fala e fala e fala*". Filipe
- ...*no A porque tem uma linguagem menos acessível*". Sandra
- ...*no A porque a linguagem não está actual*". Soraia
- ...*no A as frases apesar de com um pouco de atenção se perceberem são mais confusas*". Berta
- ...*no A porque o português parece um pouco baralhado no texto*". Helena
- ...*no A porque as definições são mais difíceis, tem poucos exemplos*". Sara
- ...*no B porque é mais condensado. O manual A está mais sintetizado e não nos perdemos, contudo não entendi uma frase do manual A e no B entendi todas*". Catarina [sublinha a nota (1) do manual A]
- ...*no B porque perdemo-nos quando está mais simples é mais fácil*". Carla
- ...*no A por causa do português, no B parece que estamos a ouvir a professora a falar*". Helana

3ª Questão: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é um Logaritmo?

Em relação a esta questão, 15 alunos dizem que é no manual B que ficam a saber o que é um logaritmo somente 6 afirmam que é em ambos.

Expomos em seguida algumas respostas dadas pelos alunos a esta questão. Os que dizem entender o conceito em ambos os manuais afirmam que:

- "*Em qualquer uma. Porém e apesar de ambas apresentarem um exemplo concreto, o manual escolar B descreve todo o raciocínio metódico em linguagem não matemática*". Diana

- *"Fico a saber nas duas explicações, a primeira é melhor por sintetizar o que é necessário saber, a segunda é boa em termos de exemplos, para aprender a resolver os diferentes tipos de logaritmos"*. Carla

- *"Em ambos é possível obter essa informação. Mas talvez no manual B seja mais fácil de a adquirir, ou pelo menos, a sua aplicação"*. Maria

Os alunos que dizem só entender o conceito no manual B afirmam que:

- *"No manual B. Depois de ler várias vezes o recorte A entendi como eles explicam o que é o logaritmo, mas só porque já sei de antemão o que realmente o logaritmo é"*. Sónia

- *"No manual B. Está tudo mais interligado e tem uma definição geral de logaritmo, destacada por um rectângulo"*. Berta

- *"No recorte B é mais fácil de entender e salienta bem o mais importante"*. Helena

- *"No manual B pois a definição é mais simples e tem vários exemplos"*. Sara

4ª Questão: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

Na resposta a esta questão ninguém desenhou uma imagem, contudo houve alunos que sugeriram a colocação do gráfico da função logaritmo e de *cartoons*. Outros alunos responderam apenas que não colocariam imagem.

Expomos em seguida algumas respostas dadas pelos alunos a esta questão:

-*"...um gráfico simples, com legendas fáceis de entender ou cartoons relacionados para cativar a atenção na matéria"*. Joana

- *“Talvez um gráfico para entendermos melhor não só o tipo de função de que estamos a falar como também a sua progressão e a consequência do conceito de atribuir um número a uma potência”*. Raquel

- *“Não porque acho que não há maneira de explicar os logaritmos por desenho. A única forma de facilitar o estudo e a leitura são esquemas/destaques/resumos da matéria, o que realmente é necessário reter. Mas com outro tipo de matéria sim os desenhos são importantes para nos ajudar a compreender”*. Sónia

- *“Não sei, só se fosse um gráfico da função logarítmica, com um boneco como se fosse uma mascote do livro ao lado das fórmulas só para realçar”*. Berta

- *“Não sei talvez colocaria uma imagem da calculadora com uma expressão logarítmica e a tecla deste bastante salientada com uma caixa de cor à volta. Colocaria porque as imagens não dão um ar tão pesado às páginas”*. Helana

#### *Análise dos resultados:*

A 1ª questão tem como objectivo analisar o *layout* (estruturação da página). Das respostas dadas pelos alunos podemos apontar como aspectos que os afectam os seguintes:

- simplicidade na abordagem dos conteúdos (mas não deixando de lado os pormenores);
- quantidade de palavras/frases;
- organização do texto;
- existência de exemplos;
- existência de negrito/rectângulos;
- existência de notas laterais;
- referência à calculadora;
- referência à origem da palavra;
- existência de cor;

Notamos uma maior maturidade nas respostas, estes alunos já tentam explicar as suas escolhas, não se limitam a enumerar somente a cor, tipo de letra, etc. nota-se que têm uma maior sensibilidade relativamente a como devem ser abordados os conceitos. Chamamos a atenção para a resposta dada à questão nº 1 pela aluna Carla. Esta elogia o recorte B pela referência à origem da palavra logaritmo, contudo no recorte A também existe essa referência em nota de rodapé.

No que se refere à 2ª questão, o português é sempre apontado como o principal responsável pela falta de entendimento. Mesmo os alunos que dizem preferir o manual A têm consciência que a linguagem deste é difícil de se entender. Outra conclusão que retirámos é a dependência que os alunos têm dos exemplos para entender a matéria. A maioria refere como motivo de dificuldade a falta de exemplos no manual A.

Relativamente à 3ª questão entendemos que, mais uma vez, temos que esclarecer as opiniões de alguns alunos através da entrevista, pois notamos que “por não gostarem do manual A/B” disseram que não entenderam e não foram totalmente coerentes. Receamos que estes tenham confundido a palavra “entender” com a palavra “preferir”.

Por fim, no que diz respeito à 4ª questão, consideramos que os alunos foram coerentes pois vão de encontro ao que disseram na 1ª questão. Destacamos aqui o exemplo da aluna Helena que colocaria “... a imagem da calculadora com uma expressão logarítmica e a tecla deste bastante salientada com uma caixa de cor à volta”.

### 3.3.2. Entrevista

Nesta subsecção apresentamos as respostas obtidas nas entrevistas efectuadas aos quatro alunos do 12º ano de escolaridade que constituíram os nossos estudos de caso, questão a questão e sua análise. Passamos a transcrever a resposta dada pelos alunos no questionário II, bem como as respostas dadas na entrevista, com vista a interligar e entender as suas respostas.

1ª Questão: Na primeira questão era pedido ao aluno que observasse os dois recortes dos manuais escolares e que, num primeiro olhar, dissesse qual dos dois manuais preferia e porquê.

A aluna Carla respondeu,

*“Prefiro o manual mais recente, dá uma explicação mais completa do que é o logaritmo, dá mais exemplos, as cores são chamativas, temos informações adicionais quanto à calculadora, à origem da palavra “logaritmo”. No entanto na manual mais antigo a matéria é explicada de uma forma mais sintetizada e talvez seja possível uma melhor compreensão”.*

Perguntámos o que a tinha levado a dizer que a explicação do seu manual era mais completa. A aluna é de opinião que, como o manual B possui mais texto, leva a que numa primeira impressão, se pense que está mais completo contudo salvaguarda dizendo que só depois de se ler é que se pode falar em qualidade,

*“À primeira vista tem mais texto, logo dá-nos a sensação de que a informação está mais completa, pormenorzinhos que não estão no primeiro recorte, logo está mais completa. Depois de ler podemos dizer se é melhor ou não, mas à primeira vista é a sensação que dá”.*

A aluna refere que o manual B dá mais exemplos e explica que estes ajudam pois, *“Quando não estamos a compreender o que está escrito em texto às vezes se tivermos o texto passado para a forma matemática percebemos melhor, compreendemos o que está escrito”.*

Outro factor para que chamou a atenção e levou a que preferisse o manual B foi a cor, esta é de opinião que,

*“As cores chamam à atenção para algo importante, as cores e os negritos. Se temos um texto todo em preto temos que tirar tudo e tirar as informações mais importantes, se temos as cores sabemos à partida que aquela informação é importante e vamos ler”.*

Relativamente à frase que a aluna tinha escrito no questionário, *“temos informações adicionais quanto à calculadora, à origem da palavra “logaritmo”,*

explicámos-lhe que a calculadora naquela altura não existia<sup>2</sup>. Porém, tínhamos estranhado esta ter referido que o manual B informava quanto à origem da palavra *logaritmo* pois no manual A também existia essa informação. Perguntamos o porquê de não ter reparado nisso. A aluna justifica-se dizendo que “*talvez por estar tudo a preto e o texto ser corrido não chama muito a atenção, realmente está aqui um (2), mas não me chamou a atenção*”.

Apesar de todos estes factores a aluna conclui dizendo que gosta da forma como a matéria está sintetizada no manual A, “*No entanto no manual mais antigo a matéria é explicada de uma forma mais sintetizada e talvez seja possível uma melhor compreensão, explicando que*

*“No manual mais recente, eu pelo menos notei que se calhar me perdia com a explicação que era dada, às vezes achei que havia coisas que não eram necessárias, enquanto no primeiro, o mais antigo, estava tudo mais condensado, uma pessoa lia e percebia logo o que é que era”.*

A aluna Diana disse que preferia,

*“O manual escolar A, pois tem um tipo e tamanho de letra, assim como a organização do texto, mais perceptíveis. O facto de ser “a preto e branco” não constitui, para mim um “problema””.*

Pedimos que esta nos explicasse a importância do tipo e tamanho da letra, tendo esta dito que o texto

*“Torna-se mais perceptível porque é maior, torna-se mais agradável de ler, não me importo de estar a preto, porque a letra é maior. Não sei, acho que é mais fácil ler este tipo de letra porque no manual B as letras são mais pequeninas e tem muito texto, uma pessoa olha para ali e torna-se mais enfadonho embora tenha as cores e assim, este não sei acho que é mais objectivo, capta melhor o que eles pretendem”.*

---

<sup>2</sup> A primeira calculadora de que se tem notícia é o Ábaco, de origem chinesa, do século V a.C. capaz de efectuar operações algébricas elementares. Antes do advento do computador e da calculadora, usar logaritmos significava usar tabelas de logaritmos, que tinham de ser criadas manualmente.

Questionámos acerca do que queria dizer com “*a organização do texto, mais perceptíveis*”, tendo respondido que quando escreveu “*organização do texto*” referia-se à maneira de abordar o assunto. A aluna confessa que ao ver muita informação num manual perde o interesse, e muitas vezes nem lê o que lá está e elogia a objectividade do manual A,

*“ Eu para ser sincera não me dei muito ao trabalho de ler o manual B, porque eu não sabia muito bem por onde começar, comecei a ler e vi aqui muitas coisas e uma pessoa acaba por se perder, eu sei que aquilo é para explicar, mas pronto. Torna-se um bocadinho enfadonho, prefiro não ler e que me expliquem o raciocínio. No manual A tem logo a definição e o que é preciso saber, as coisas são muito mais objectivas”.*

Esta termina as suas explicações à primeira questão dizendo que a ausência da cor no manual A não é um problema pois trata-se de uma definição, contudo diz que,

*“Por exemplo se formos a falar dos desenhos, das ilustrações que aparecem a acompanhar, um problema que seja preciso um cubo ou qualquer coisa assim, um sistema de eixos aí é importante, acho que ajuda ”.*

A aluna Maria respondeu,

*“Prefiro o manual B. Uma vez que, ao primeiro olhar, o que me atrai imediatamente é a presença da cor. Mas, por outro lado, o segundo manual [o A] parece conter menos informação, ou de forma mais resumida, dando a impressão de ser menos “confuso””.*

Justifica que a presença da cor dá um ar mais actual e moderno ao manual, dando-lhe uma maior confiança na explicação. Esta aluna acredita que com o passar do tempo a qualidade dos manuais aumenta,

*“Talvez dê um ar mais recente e mais actual, enquanto que o manual velho, por ser velho, não explique tão bem automaticamente, os mais modernos nós temos o hábito de pensar que explicam melhor e depois é o tal problema da cor ser*

*mais alegre, também dá a noção que as coisas estão mais espaçadas e mais organizadas”*

A aluna corrige a frase para,

*”Mas, por outro lado, o primeiro manual [o A] parece conter menos informação, ou de forma mais resumida, dando a impressão de ser menos “confuso””.*

Explica a frase dizendo,

*“Nós olhamos para o nosso manual e vemos bastante texto e quando nós pensamos em estudar pensamos em rapidez e objectividade, matemática é um bocado disso e aqui eu consigo obter a informação muito mais rapidamente, dá a impressão de ser menos confuso porque aqui olhamos e vemos logo as fórmulas e no meu manual parece que temos que estar a procurar muito mais”.*

Para concluir a aluna diz que ambos têm coisas boas e más, *“no meu é a cor sem dúvida e a linguagem é mais acessível e os exemplos ajudam-nos muito e no manual A é a objectividade acima de tudo”.*

A aluna Fátima respondeu,

*“Prefiro o segundo. No manual B a linguagem está mais simples, a estética é mais agradável e recorrem a muitos exemplos. Embora aprecie a objectividade do manual A. Penso que o facto de ter escassos exemplos dificulta a compreensão”.*

Esta aluna é de opinião que basta ler uma vez o manual B para entender *“enquanto que no primeiro demoro mais vezes tenho que reler várias vezes”.*

Afirma que tirando a nota (1) do manual A entendeu tudo e afirma que *“tirando essa nota acho que está simples”.* Perguntámos o que queria dizer com o *“está simples”* ao que respondeu,



*“É a maneira de escrever, mas eu percebo os dois, mas acho que o B é mais acessível. O que eu quero dizer é que esta é mais fácil qualquer pessoa pode ler e perceber logo, esta não, devido à linguagem, a do A é todo em linguagem matemática”.*

Quisemos saber o que queria dizer com “a estética é mais agradável” no manual B e esta diz que se refere à existência de cores, de rectângulos,

*“a nível de cores, quando temos assim uma regrinha, eles põem num rectângulo e se eu quiser ver uma regra está logo ali, não tenho que andar tanto tempo à procura, aparece logo fazendo com que seja mais fácil de encontrar as coisas quando temos que estudar”.*

Contudo a aluna reconhece a objectividade do manual A,

*“eu chego aqui ao manual B e tenho muito texto e tenho que ler isto tudo enquanto que no manual A eu chego aqui e entendi logo à primeira, foi mais rápido mais objectivo, aqui demorei muito mais”.*

Finaliza dizendo que a existência de exemplos é muito importante pois ajuda-a a entender a matéria,

*“é muito importante, eu para entender a matéria tem de ter exemplos, por isso é que acho que o manual A a esse nível está muito incompleto. Acho que tem todos os exemplos, todas as hipóteses que nos podem aparecer, mas acho que não era preciso meter todas, mas pôr a mais não há problema pôr a menos é que é mau”.*

2ª Questão: Na segunda questão era pedido ao aluno que voltasse a ler os recortes dos manuais escolares e que referisse em qual dos dois sentiu mais dificuldades, justificando a sua resposta e sublinhando as frases que não tenha entendido.

A aluna Carla respondeu,

*“Senti mais dificuldades no segundo recorte, por vezes perdemo-nos com a explicação quando esta está bem mais simples no primeiro recorte, mesmo com menos texto sou capaz de compreender. No que diz respeito a exemplos e a regras o segundo está mais completo e dá informações importantes que nos ajudarão”.*

A aluna comenta o que escreveu, dizendo que sentiu maior facilidade no manual A, devido à simplicidade com que o autor aborda o conceito. Afirma ainda, que se perde na explicação do seu manual por conter excesso de informação, contudo elogia-o por conter exercícios. Para ela os exercícios desempenham um papel muito importante no seu estudo, *“Às vezes estamos a fazer um exercício e não compreendemos como se faz e se tivermos algum parecido já compreendemos a fórmula. Ter muitos exemplos não é prejudicial”.*

A aluna Diana disse que, *“Na definição de logaritmo, em nenhum dos dois. Na nota (1) do manual escolar A, senti dificuldades não percebi o seu sentido”.*

Explicou-se à aluna a nota (1), esta compreendeu e disse *“Depois de explicada a nota já entendo. Se o manual A for lido com atenção e se uma pessoa estiver concentrada a ler acho que uma pessoa percebe.”*

A aluna Maria respondeu

*“Senti mais dificuldades no manual A, talvez, pela ausência de tantos exemplos, e tão bem explicados como em B. Penso ainda, que em A a linguagem é mais acessível, devido à ausência de termos tão “matemáticos”, ou se existem, “explicam” facilmente o seu significado através de exemplos”.*

Ao perguntarmos à aluna qual era a importância dos exemplos esta disse que ajudam a entender a aplicação da teoria,

*“Nós quando vimos uma fórmula na matemática às vezes não a entendemos logo, pelo menos a mim é assim, e quando tenho um exemplo vejo logo a aplicação dela, o que vou fazer com ela o exemplo ajuda-me aí”.*

A aluna corrige a frase que disse para *“Penso ainda, que em B a linguagem é mais acessível, devido à ausência de termos tão “matemáticos”, ou se existem, “explicam” facilmente o seu significado através de exemplos”* e explica-se dizendo que

*“esta nota (1) está escrita toda em linguagem matemática e mesmo já sabendo o que quer dizer custa mesmo a entende-la e no meu manual não existem tantos termos matemáticos, mas se existem explica-os com exemplos”.*

A aluna Fátima respondeu *“No manual A”*. A aluna diz ter entendido tudo no manual A contudo diz *“Não entendi a nota (1)”*. Depois de explicada a nota, diz ter entendido e refere que se a nota tivesse um exemplo à frente tinha entendido logo à primeira.

3ª Questão: Na terceira questão era pedido ao aluno para indicar em qual das duas explicações ficava a saber o conceito de logaritmo.

A aluna Carla respondeu *“Fico a saber nas duas explicações, a primeira é melhor por sintetizar o que é necessário saber, a segunda é boa em termos de exemplos, para aprender a resolver os diferentes tipos de logaritmos”.*

Pedimos à aluna para explicar o que escreveu e esta respondeu,

*“Acho que na resposta já diz tudo. Enquanto a primeira sintetiza a matéria e nós compreendemos, a segunda tem a vantagem de exemplificar e meter na prática aquilo que aprendemos no primeiro”.*

A aluna Diana disse *“Em qualquer um. Porém, e apesar de ambos apresentarem um exemplo concreto, o manual escolar B descreve todo o raciocínio metódico em linguagem “não matemática””.*

A aluna explica o que queria dizer com a frase *“todo o raciocínio metódico em linguagem não matemática”* dizendo que

*“o que eu queria dizer é que eles no B explicam mesmo “se dois elevado a x” como se tivesse alguém a falar comigo a explicar-nos, é nesse sentido que eu digo que a linguagem é não matemática, como se fosse um diálogo”.*

Perguntámos à aluna se isso era bom ou mau, uma vez que na primeira questão tinha dito que o excesso de informação era aborrecido. Esta justifica a sua ideia dizendo que uma coisa é o que ela pensa no primeiro olhar, outra é o que ela pensa para o sucesso do seu estudo se estiver sozinha,

*“Penso que é bom, ao primeiro olhar é enfadonho. Pois eu não leio, porque, eu não estudo pelo manual, este género de explicações que me dão é na aula, quando a professora escreve no quadro e se precisar de alguma coisa tenho também quem me explique, ou seja, eu não uso muito o meu manual. Nem para fazer exercícios uso o meu manual, porque não gosto do meu manual. Por isso é que eu digo que não leio. Mas se eu tiver uma dúvida, claro que, é a ele que tenho que ir recorrer e se eu tiver que ler é esclarecedor, por isso acho que aquela parte que eu nem li deve lá estar. Ao primeiro olhar, prefiro o A, mas se eu me vir numa situação que tenho que estudar não é por eu achar que é enfadonho que não vou pegar nele. Este tem todo um raciocínio que nos leva a concluir o que é um logaritmo”.*

A aluna Maria respondeu *“Penso que em ambos é possível obter essa informação. Mas, talvez no manual B seja mais fácil de a adquirir, ou pelo menos, a sua aplicação”.*

A aluna explica porque acha que no manual B é mais fácil apreender o conceito dizendo que

*“Voltamos aos exemplos, como no B tem exemplos, a gente vê logo concretamente como é que o logaritmo funciona, não é só letras. Tendo em conta que eu já tinha aprendido o que é um logaritmo, um só exemplo, como*

*está no manual A, chegava, por exemplo eu para estudar para um teste, tendo a matéria já resumida, este livro o manual A até seria melhor, porque está todo muito resumido, agora se fosse a primeira vez, penso que convém ter mais exemplos, nem que seja para ir interiorizando”.*

A aluna Fátima respondeu “*Em ambos*”. Volta a afirmar que,

*“os dois têm mais valias, devíamos juntar o melhor de cada um, este aqui tem objectividade, acho que é muito bom, este aqui tem os exemplos, eu percebi das duas maneiras ”.*

4ª Questão: Na quarta questão pedíamos a opinião do aluno relativamente a colocar ou não um desenho, e qual seria e porquê.

A aluna Carla respondeu

*“Penso que nesta matéria não há nenhum desenho que possa facilitar a compreensão da matéria, no entanto é sempre uma forma de chamar atenção para algo importante, não que tenha a ver com a matéria, mas como forma de chamar a atenção para algo”.*

A aluna explica-se expressando a importância que tem uma cor, uma figura,

*“por exemplo quando nós temos uma página cheia de texto, é como as cores, se tivermos algo que nos chame à atenção, um desenho ou uma cor chama-nos a atenção para aquilo e sabemos que aquilo é importante. Não tenho que ler o texto todo e pode ser que encontre naquele pequeno desenho a informação que ia estar no texto todo”.*

Perguntámos se quando falava nos desenhos se referia a um desenho alusivo ao tema ou podia não ter qualquer tipo de relação com a matéria, tendo respondido

*“em termos de logaritmo não me lembrava de nenhum que pudesse ajudar, mas em termos de outras matérias, por exemplo trigonometria, se tivermos um desenho de acordo com a matéria, ajuda-nos. Quando falo em desenho refiro-me a um relacionado com a matéria.”*

A aluna Diana disse “Talvez o desenho de um gráfico de “ $\log x$ ” com a respectiva análise”. Acrescenta que os desenhos ajudam bastante e refere o caso do cálculo de limites.

A aluna Maria respondeu

*“Penso que em relação à matéria que está nos manuais não existe qualquer desenho que seja importante, como tal seria dispensável. O único que se poderia colocar era o gráfico da função logarítmica, mas esse, penso que deveria ser estudado com mais pormenor, mais à frente”.*

Esta aluna é de opinião que os desenhos têm a capacidade de permitir saber onde se aplica o conceito matemático na vida real,

*“é a questão de ser mais atractivo, o desenho leva-nos logo para a realidade e a matemática é muito abstracta, então quando nós vemos assim um desenho, talvez nós pensemos logo o que é que a matemática nos leva à realidade, no dia-a-dia”.*

A aluna Fátima respondeu “Sim, colocaria gráficos de funções exponenciais e logarítmicas porque é um factor importante para a compreensão e uma imagem apelativa para tornar a estética mais agradável ”.

A aluna diz que não tem mais nada a acrescentar ao que disse, apenas que no estudo das funções o desenho dos gráficos a ajuda bastante. Reforça a ideia que o desenho torna o assunto “mais apelativo, motiva-me.”

#### *Análise dos resultados:*

Relativamente à existência/não existência de imagens, existência/não existência de cor, os alunos dizem que estes são elementos atractivos ao estudo e dão um aspecto moderno e actual ao manual. Uma aluna refere que a imagem quebra a abstracção existente em muitos dos conceitos que aprende, permitindo ver onde se aplica na realidade do seu dia-a-dia esse conceito. Os alunos são de opinião que existem assuntos que não precisam de imagem, como é o caso do conceito de logaritmo. Todos concordam que o manual só deve ter imagens relativamente ao assunto em estudo e afirmam que a imagem já os ajudou na compreensão de vários conceitos.

Outro facto referido pelos alunos foi a quantidade de palavras/frases. Aqui há novamente uma grande discrepância de opiniões. Uns são de opinião que a simplicidade da abordagem dos conceitos no manual do Professor Vicente Gonçalves é uma mais valia, pois sintetiza a matéria tornando mais rápido o estudo. Criticam o excesso de informação do seu manual escolar, pois torna-se enfadonho, maçador, e acabando por se perder na leitura (uma aluna confessa que nem chega a ler devido ao excesso de informação). Outros defendem a quantidade de informação existente no seu manual, dizendo mesmo que quando o lêem parece que estão a ouvir a professora.

Uma aluna elogia o tipo e tamanho de letra do manual do Professor Vicente Gonçalves pois torna-se mais perceptível e agradável de ler.

A existência de negrito/rectângulos desempenham um papel de indicador de que o assunto é importante, sintetiza a matéria permitindo uma maior rapidez no estudo e ajudando na memorização do conceito.

Todos os alunos do 12º ano entrevistados referem que tanto a existência de exercícios como de exemplos são bastante importantes. Estes defendem que os exemplos ajudam a entender como se aplica uma fórmula, um conceito e por vezes é através deles que compreendem o assunto. Os exercícios permitem que o aluno se aperceba se sabe a matéria ou não e permitem-lhes preparar-se para o exame nacional. Defendem ainda a existência de exercícios resolvidos, com todos os passos da sua elaboração.

### 3.4. O recorte elaborado pelo aluno

Esta secção é dedicada à apresentação e justificação do recorte feito pelos alunos da turma do 8º e 12º anos de escolaridade

#### 3.4.1. O recorte e sua justificação

Nesta subsecção apresentamos os recortes elaborados pelos 5 alunos, (quatro alunos do 8º ano e um aluno do 12º ano).

Passamos de seguida a expor os recortes dos quatro alunos do 8º ano

##### Recorte elaborado pela aluna Beatriz:

*“Na primeira página, coloquei no topo as definições de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, porque, pondo estas indicações logo no início uma pessoa fica logo com a ideia sobre o que se vai passar no resto da página, (se eu tivesse colocado as definições no fim, iria obrigar-me a ler tudo de novo para verificar a definição). Depois inventei um problema para vermos onde se aplica o máximo divisor comum. Na segunda página coloquei o problema do meu manual, porque gostei, para vermos onde se aplica o mínimo divisor comum.”*



1ª Página

O **máximo divisor comum (m.d.c.)** de dois ou mais números é o maior dos divisores comuns desses números.

O **mínimo múltiplo comum (m.m.c.)** de dois ou mais números é o menor dos múltiplos comuns desses números.

- Como repartir as bolas em conjuntos iguais, tendo 60 vermelhas e 100 amarelas.

60 bolas vermelhas



100 bolas amarelas



2º conj. 30 30

10 10

Determinemos os divisores de 100 e de 60:

$D_{100} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$

$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

3º conj.

20 20 20

Não dá!

R: Posso repartir em conjuntos de 1, 2, 4, 5, 10 e 20.

### Mínimo múltiplo comum

Os cometas Alei e Talei são visíveis a partir da Terra, respectivamente, de 20 em 20 anos e de 30 em 30 anos. Os cientistas detectaram que em 2002 ambos foram avistados a partir da Terra e pretendem saber quantas vezes essa coincidência voltará a acontecer até 2150.

Preenchendo o quadro:

Aparições	
Cometa Alei	Cometa Talei
20 anos (2022)	30 anos (2032)
40 anos (2042)	60 anos (2062)
60 anos (2062)	



verificamos que os cometas voltam a ser visíveis, simultaneamente, a partir da Terra passados 60 anos. Para saber isso tivemos de calcular os múltiplos de 20 (primeira coluna da tabela) e os múltiplos de 30 (segunda coluna). Depois, determinámos os múltiplos comuns de 20 e 30.

Recorte elaborado pela aluna Anita:

“Optei por colocar as definições de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum lado a lado, como o Professor Vicente Gonçalves, porque acho que torna a explicação mais objectiva. Acrescentei três exercícios porque acho que depois de se aprender um conceito se deve exercitar, para vermos se aprendemos. Não coloquei cor, porque não é importante, basta-me destacar a negrito o que é mais importante.”

1ª Página

Menor Múltiplo Comum:

4 tem por múltiplos  
4, 8, 12, 16, 20, 24, ...  
e os de 6 são  
6, 12, 18, 24, 30, ...  
Há, pois, vários múltiplos comuns:  
12, 24, 48, ...  
Dêstes, o menor — 12 —  
é o menor múltiplo comum  
(m.m.c.).  
De uma maneira geral,  
Menor múltiplo comum  
de vários números é o menor  
número que por todos  
é divisível.

a) Quando um dos  
números dados é divisível  
pelos outros, esse é o  
m.m.c.

Por exemplo, tratando-se de  
4, 6 e 12,  
é 12 o m. m. c.

representa-se por: m.m.c. (20, 30) = 60

Exercícios:

7. Um agricultor pretende encher cestos com igual número de batatas e cebolas. Tem 1562 batatas e 792 cebolas. Qual é o maior número de cestos que pode encher?

8. Sabendo que 20 é múltiplo de 4, qual é o m.d.c. (4, 20)?

9. Sabendo que um número  $a$  é múltiplo de 6, qual é o m.d.c. (6,  $a$ )?

Máximo Divisor Comum:

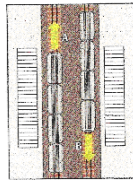
a) Quando um dos  
números dados divide todos os outros, esse é o m.d.c.

Por exemplo, tratando-se de  
6, 12 e 18  
é 6 o m. d. c.

Exemplo:

Determinemos os divisores de 100 e de 60:  
 $D_{100} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$   
 $D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$   
Logo, os divisores comuns de 100 e 60 são os seguintes:  
 $D_{100} \cap D_{60} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$   
O maior (máximo) divisor comum de 100 e 60 é 20.  
Indicamo-lo por: m.d.c. (100, 60) = 20

13. De uma estação de comboios partem dois comboios em sentidos contrários, tal como mostra a figura.



Na direcção A, os comboios partem de 30 em 30 minutos.  
Na direcção B partem de 45 em 45 minutos.  
Sabendo que às 8 horas se deu uma partida simultânea da Estação representada, a que horas terá a próxima partida simultânea?

Recorte elaborado pelo aluno Carlos:

“Separei em duas folhas os dois conceitos. Coloquei os recortes dos dois manuais porque são os dois fundamentais. Na explicação do meu manual fico a saber onde se aplicam os conceitos de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum. Na explicação do Professor Vicente Gonçalves, ficamos com um resumo dos conceitos, o que permite uma melhor memorização. Coloquei exercícios para vermos se sabemos a matéria.”

1ª Página

**Máximo divisor comum**

Consideremos o problema da **Actividade 1** (pág. 90):

A D. Zita, florista, tem 100 rosas amarelas e 60 rosas vermelhas. Pretende dividi-las por diversos ramos, contendo, cada um, o mesmo número de rosas de cada cor. Claro que deseja *fazer* o **maior número possível** de ramos, sem deixar nenhuma rosa de fora!

A D. Zita pensou na melhor forma de distribuir as rosas pelos ramos e concluiu que:

- se fizesse um único ramo este conteria todas as rosas;
- se fizesse 2 ramos, cada um deles possuiria 50 rosas amarelas e 30 vermelhas;
- se fizesse 3 ramos, sobriria uma rosa amarela, pois 100 não é divisível por 3;
- se fizesse 5 ramos, utilizaria em cada ramo 20 rosas amarelas e 12 rosas vermelhas;
- se fizesse...

Então, o número de ramos terá que ser:

- um divisor comum do número de rosas amarelas e de rosas vermelhas, para que fique o mesmo número de rosas de cada cor em cada ramo e não sobre nenhuma rosa.
- o máximo divisor comum, pois pretende-se obter o maior número de ramos nas condições indicadas.

Determinemos os divisores de 100 e de 60:

$D_{100} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$


$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

Logo, os divisores comuns de 100 e 60 são os seguintes:

$D_{100} \cap D_{60} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

O maior (máximo) divisor comum de 100 e 60 é 20. Indicamo-lo por:  $m.d.c. (100, 60) = 20$

Concluimos, então, que o número máximo de ramos que a florista pode fazer com igual número de rosas de cada uma das cores (5 amarelas e 3 vermelhas) seria 20.



6. Sabendo que 20 é múltiplo de 4, qual é o m.d.c. (4, 20)?

9. Sabendo que um número  $a$  é múltiplo de 6, qual é o m.d.c. (6,  $a$ )?

O **máximo divisor comum (m.d.c.)** de dois ou mais números é o maior dos divisores comuns desses números.

**EX. Máximo divisor comum.**

18 é divisível por

1, 2, 3, 6, 9, 18

e 12 também o é por

1, 2, 3, 6, 12


Há, pois, vários divisores comuns:

1, 2, 3 e 6.

Destes, o maior — 6 — é o **máximo divisor comum** de 18 e 12.

De uma maneira geral:

**Máximo divisor comum** de vários números é o maior número que os divide todos.



7. Um agricultor pretende encher cestos com igual número de batatas e cebolas. Tem 1562 batatas e 792 cebolas. Qual é o maior número de cestos que pode encher?

### 38. Menor múltiplo comum.

4 tem por múltiplos

4, 8, 12, 16, 20, 24,...

e os de 6 são

6, 12, 18, 24, 30,...

Há, pois, vários múltiplos comuns:

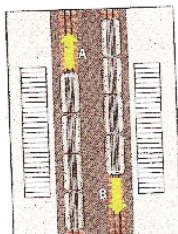
12, 24, 48,...

Dêstes, o menor — 12 — é o menor múltiplo comum (m. m. c.).

De uma maneira geral,

**Menor múltiplo comum de vários números é o menor número que por todos é divisível.**

13. De uma estação de comboios partem dois comboios em sentidos contrários, tal como mostra a figura.



Na direcção A, os comboios partem de 30 em 30 minutos. Na direcção B partem de 45 em 45 minutos. Sabendo que às 8 horas se deu uma partida simultânea da Estação representada, a que horas será a próxima partida simultânea?

### Mínimo múltiplo comum

Na **Actividade 1** (pág. 94), é-nos apresentado o seguinte problema:

Os cometas Alei e Talei são visíveis a partir da Terra, respectivamente, de 20 em 20 anos e de 30 em 30 anos. Os cientistas detectaram que em 2002 ambos foram avistados a partir da Terra e pretendem saber quantas vezes essa coincidência voltará a acontecer até 2150.

Preenchendo o quadro:

Aparições	
Cometa Alei	Cometa Talei
20 anos (2022)	30 anos (2032)
40 anos (2042)	60 anos (2062)
60 anos (2062)	



verificamos que os cometas voltam a ser visíveis, simultaneamente, a partir da Terra passados 60 anos. Para saber isso tivemos de calcular os múltiplos de 20 (primeira coluna da tabela) e os múltiplos de 30 (segunda coluna). Depois, determinámos os múltiplos comuns de 20 e 30.

Múltiplos de 20:  $M_{20} = \{0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, \dots\}$

Múltiplos de 30:  $M_{30} = \{0, 30, 60, 90, 120, \dots\}$

Múltiplos comuns de 20 e 30 (diferentes de zero):

$$M_{20} \cap M_{30} = \{60, 120, \dots\}$$

O mínimo múltiplo comum de 20 e 30 é 60.

Representa-se por:  $m.m.c.(20, 30) = 60$

Logo, a cada 60 anos os cometas serão visíveis, simultaneamente, a partir da Terra.

Assim,

O **mínimo múltiplo comum (m.m.c.)** de dois ou mais números é o **menor dos múltiplos comuns** desses números.

Recorte elaborado pela aluna Lara:

“Eu gostaria que um manual fosse assim, porque era algo que se olhasse para estudar não me sentiria logo cansada. Basta uma página para retratar os dois assuntos. Contém um pouco de cor, tem a explicação da matéria e uns exercícios para resolver. Mas claro, que feito a computador ficava mais bonito! Não tem muitas imagens, aliás só tem uma, mas tem cor o que torna esta matéria pouco cansativa e monótona.”

1ª Página

Maximo divisor comum

**37. Máximo divisor comum.**  
18 é divisível por  
1, 2, 3, 6, 9, 18  
e 12 também o é por  
1, 2, 3, 6, 12  
Há, pois, vários divisores comuns:  
1, 2, 3 e 6.  
Dêstes, o maior — 6 —  
é o **máximo divisor comum**  
(m.d.c.).

O **máximo divisor comum** (m.d.c.) de dois ou mais números é o maior dos divisores comuns desses números.

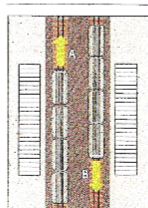
Minimo múltiplo comum

**38. Menor múltiplo comum.**  
4 tem por múltiplos  
4, 8, 12, 16, 20, 24, ...  
e os de 6 são  
6, 12, 18, 24, 30, ...  
Há, pois, vários múltiplos comuns:  
12, 24, 48, ...  
Dêstes, o menor — 12 —  
é o **menor múltiplo comum**  
(m.m.c.).

O **mínimo múltiplo comum** (m.m.c.) de dois ou mais números é o menor dos múltiplos comuns desses números.

= Resolve cada um dos problemas =

Um agricultor pretende encher cestos com igual número de batatas e cebolas. Tem 1562 batatas e 792 cebolas. Qual é o maior número de cestos que pode encher?



De uma estação de comboios partem dois comboios em sentidos contrários, tal como mostra a figura.

Na direcção A, os comboios partem de 30 em 30 minutos. Na direcção B partem de 45 em 45 minutos. Sabendo que às 8 horas se deu uma partida simultânea da Estação representada, a que horas será a próxima partida simultânea?

→ VER CTEOS

Passamos de seguida a expor o recorte do aluno do 12ºano

### Recorte elaborado pela aluna Fátima

1ª Página

#### TEMA 2 INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DIFERENCIAL

37

### Logaritmo de um número positivo numa dada base diferente de um

Dados dois números positivos  $N$  e  $B$ , este último diferente da unidade, chama-se *logaritmo de  $N$  na base  $B$*  aquele número  $l$  a que é preciso elevar  $B$  para se obter  $N$ . Por sua vez,  $N$  é o *antilogaritmo* de  $l$ .

$$N = B^l$$

$$l = \log_B N$$

Generalizando:

Chama-se **logaritmo de um número positivo  $x$  na base  $a$**  ( $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ ) ao número real  $y$  tal que:

$$a^y = x$$

$$\log_a x = y$$

Assim, por exemplo:

$$\log_2 8 = 3 \text{ pois } 2^3 = 8$$

$$\log_4 64 = 3 \text{ pois } 4^3 = 64$$

$$\log_{1/2} (1/4) = 2 \text{ pois } (1/2)^2 = (1/4)$$

$$\log_5 1 = 0 \text{ pois } 5^0 = 1$$

Mas, se a equação for  $2^x = 40$ , não é possível adoptar o mesmo processo. A solução é determinada com o recurso à definição de logaritmo de um número positivo.  $x$  é o número real a que se deve elevar a base 2 para se obter 40 como resultado. Ou seja,  $x = \log_2 40$ .

Por exemplo:  $\log_3 10$  é tal que  $3^{\log_3 10} = 10$ .

Da definição de logaritmo de um número positivo na base  $a$  ( $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ ) decorre imediatamente que:  $\log_a 1 = 0$  e  $\log_a a = 1$



Note que a calculadora dispõe de uma tecla **LOG** que permite obter logaritmos na base 10.

*“Escolhi a estética do meu manual, por ser mais agradável, atractiva, motivadora. Aprecio a objectividade da explicação teórica do manual do Professor Vicente Gonçalves e por isso a transcrevi. Para mim, a regra geral do logaritmo (ou de qualquer outra, dependendo do caso) tem de estar perfeitamente destacada para que, sempre que necessário, possa ser muito rápida de encontrar. Coloquei vários exemplos, mas não em excesso. Acho importante a indicação da calculadora por isso também a destaquei. Não sei se nas páginas seguintes dos dois manuais se encontram exercícios e problemas, mas, se fosse eu, colocaria vários.”*

### **3.4.2. Análise dos recortes**

Dos 12 alunos entrevistados, somente 5 alunos (quatro do 8º ano e um do 12º ano) colaboraram na elaboração do *“recorte feito pelo aluno”*.

Passamos a analisar individualmente cada um dos cinco recortes elaborados pelos alunos.

A aluna Beatriz iniciou o seu recorte com as definições do seu manual de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum. Não faz qualquer tipo de introdução aos temas, opta somente por colocar dentro de rectângulos as definições. De seguida ilustra a aplicabilidade dos temas acima definidos, exemplificando com dois problemas. O primeiro problema, concebido pela aluna, ilustra onde se aplica a definição de máximo divisor comum. A aluna elabora uma sequência de desenhos, feitos por ela, para explicar o porquê da resposta ao problema. Recortou do seu manual, todos os divisores dos dois números alusivos ao problema. Não utiliza qualquer tipo de cor. O segundo problema ilustra onde se aplica a definição de mínimo múltiplo comum. A aluna cingiu-se a recortar o exemplo do seu manual escolar, justificando que tinha gostado deste. Note-se que a aluna não recorre uma única vez ao manual do Professor Vicente Gonçalves.

A aluna Anita optou por iniciar o seu recorte com a explicação feita por Vicente Gonçalves colocando lado a lado os dois conceitos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum. Justifica esta opção dizendo que torna a explicação mais objectiva. Exemplifica os assuntos, recortando um exemplo do recorte do manual de Vicente Gonçalves e outro exemplo retirado do seu manual escolar.



Finaliza colocando três exercícios do seu manual escolar. Note-se que a aluna não criou, limitou-se a recortar dos dois manuais e não recorre à cor pois diz que basta destacar a negrito o que é mais importante.

O aluno Carlos optou por colocar os dois assuntos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, em páginas diferentes. Na primeira página colocou o conceito de máximo divisor comum e na segunda página o conceito de mínimo múltiplo comum. O aluno nas duas páginas coloca toda a informação dos dois manuais. Justifica-se dizendo que para ele os dois manuais são fundamentais. Enquanto que o seu manual explica onde se aplicam os conceitos e tem exercícios para no fim se aplicar os conhecimentos, o manual do Professor Vicente Gonçalves resume os conceitos permitindo assim que se memorize.

A aluna Lara optou por iniciar o seu recorte com a explicação feita por Vicente Gonçalves colocando lado a lado os dois conceitos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum e no fim da explicação coloca o rectângulo onde define o conceito no recorte do seu manual. Termina propondo a resolução de três problemas. Justifica as suas escolhas, dizendo que, basta uma página para explicar os dois conceitos, pois o excesso de páginas afasta-a do estudo.

A aluna Fátima elaborou no computador o seu recorte. Iniciou a sua explicação, transcrevendo-a do manual do Professor Vicente Gonçalves, com a definição de logaritmo. De seguida transcreve do seu manual escolar e coloca dentro de um rectângulo o resumo da definição. Coloca exemplos onde explica como se calculam logaritmos. Termina elucidando que a máquina de calcular tem a tecla LOG permitindo assim calcular logaritmos de base 10. Repare-se no cuidado que esta aluna teve na elaboração deste manual. Coloca em nota de rodapé o nome do capítulo em questão. Destaca com negrito, cores e sublinhado. A aluna aprecia a estética do seu manual, torna o assunto mais agradável, motivador e atractivo ao estudo. Também diz apreciar a explicação do manual de Professor Vicente Gonçalves por esta ser objectiva.

Todos os alunos recorrem aos recortes A e B, excepto uma aluna que recorre apenas ao seu manual. Os outros quatro alunos, optam por recortar tanto assuntos do manual A como do manual B. Como podemos observar as cinco propostas têm diferenças, cada aluno tem uma visão e opinião diferente de como seria o seu recorte ideal. Contudo verificamos que num manual todos apreciam a objectividade e acham fundamental a existência de exercícios.

### 3.5. Síntese dos resultados

Neste subcapítulo é feita a síntese dos resultados obtidos tanto no questionário como na entrevista efectuados aos alunos dos 5º, 8º e 12º anos de escolaridade e atrás apresentados.

#### 3.5.1 Questionário

Passamos a sintetizar os resultados obtidos no questionário apresentado aos alunos dos 5º, 8º e 12º anos de escolaridade.

##### 1ª Questão:

No Quadro 8 registamos os aspectos, por nós identificados, como sendo os que afectam os alunos, em estudo, das turmas dos 5º, 8º e 12º anos. Nele sintetizamos as diferenças/semelhanças encontradas entre as respostas dadas. Assinalamos com a mesma cor os aspectos comuns aos três anos de escolaridade.

5º ano	8º ano	12º ano
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ existência/não existência de imagens</li> <li>▪ existência/não existência de setas</li> <li>▪ existência de simplicidade</li> <li>▪ habituação</li> <li>▪ existência/não existência de cores</li> <li>▪ espaçamento entre os dados</li> <li>▪ muita informação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ existência/não existência de imagens</li> <li>▪ ocupação do espaço.</li> <li>▪ quantidade de perguntas</li> <li>▪ existência/não existência de resumo teórico</li> <li>▪ existência/não existência de exercícios</li> <li>▪ existência/não existência de cores</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Simplicidade na abordagem dos conteúdos mas não deixando de lado os pormenores</li> <li>▪ quantidade de palavras/frases</li> <li>▪ organização do texto</li> <li>▪ existência de exemplos</li> <li>▪ existência de negrito/rectângulos,</li> <li>▪ existência de notas laterais,</li> <li>▪ referencia à calculadora</li> <li>▪ existência de cor</li> </ul>

Quadro 8

Ao contrário dos alunos do 8º, os do 5º e os do 12º anos não referem a existência/não existência de exercícios. Os do 12º ano não fazem referência à falta de exercícios nos dois manuais, mas sim à falta de exemplos.

Sublinhamos que houve um grande número de alunos do 12º ano a referir repetidas vezes o factor existência/não existência de exemplos.

Os alunos do 5º ano também não apontam a existência/não existência de resumo teórico como diferença.

Os alunos do 8º e do 12º anos não apontam existência/não existência de setas (referidas pelos alunos do 5º ano), talvez por estarem num nível de escolaridade com um grau de abstracção maior.

Em concordância estão os três níveis de ensino relativamente ao factor cor. Para os alunos a cor desempenha um papel de motivação, bem como de indicador de “assunto importante”.

Focamos ainda que, informação demasiado junta, texto escrito sem margens laterais, demasiadas palavras/frases são aspectos que são referidos pelos alunos no que respeita à falta de motivação para a leitura.

#### 2ª Questão:

Nesta questão notámos uma grande diferença no ensino praticado actualmente no 5º ano. Os alunos rejeitam o manual A, não conseguem compreender os conceitos nele veiculados. Estes alunos estão habituados a uma linguagem muito mais simples. Nota-se uma perda de “maturidade”.

Relativamente aos alunos do 8º ano, surpreendeu-nos o facto de estes considerarem que o manual B era confuso por possuir demasiada informação, uma vez que “possui muita informação”. É uma característica notória nos manuais do Professor Vicente Gonçalves, este procurou ser sempre objectivo e encadear os conteúdos a leccionar.

Os alunos do 12º ano notam que a simplicidade é muito importante como fio condutor do raciocínio. Aliás, alguns alunos do 12º ano elogiam a clareza com que Vicente Gonçalves aborda o conceito, criticando, contudo, a linguagem e conseguem conhecer a importância dos pormenores para se entender na plenitude o conceito.

3ª Questão:

Aqui também esperávamos que os alunos que responderam na 2ª questão que tiveram mais dificuldades no manual A, agora, na 3ª questão preferissem o manual B e vice-versa. Foram coerentes. Mais uma vez os alunos do 5º ano confirmam a sua rejeição ao manual A e os alunos do 8º ano dividem-se nas suas preferências. O que é interessante de se concluir é que a idade influencia os alunos e nota-se um certo amadurecimento dos alunos do 5º para o 8º ano.

Relativamente aos alunos do 12º ano pensamos que estes confundiram a palavra entender com a palavra preferir.

4ª Questão:

Os alunos do 5º e 8º anos não desenharam, nem escreveram nenhuma ideia original, limitaram-se a dizer que colocariam o desenho do seu manual. Nesta questão contávamos com criatividade por parte dos alunos, especialmente dos do 5º ano. O que não aconteceu. Foram os alunos mais velhos, do 12º ano, que sugeriram possíveis ilustrações para uma melhor comunicação dos conceitos.

### **3.5.2 Entrevistas**

Passamos a sintetizar os resultados obtidos na entrevista efectuada aos alunos do 5º, 8º e 12º anos de escolaridade.

A existência/não existência de imagens; quantidade de palavras/frases; organização do texto; existência de exemplos; existência de negrito/rectângulos; existência de notas laterais; existência de cor, entre outros, foram factores referidos pelos alunos no questionário II. Sintetizamos a seguir o porquê de os alunos entrevistados considerarem esses factores como sendo importantes.

Importância das imagens:

- maior facilidade em interpretar a matéria;
- uma imagem pode dizer o mesmo do que está escrito;
- mais engraçado;

- retrata o que o problema está a referir;
- dá cor;
- melhor aspecto;
- chama a atenção para a importância do assunto;
- mostra a aplicabilidade da matemática;
- atrai;
- motiva.

Importância da cor/ existência de negrito:

- alerta que o assunto é importante;
- motiva;
- incentiva a ler o que está escrito;
- não torna monótona e cansativa a matéria;
- chama a atenção;
- dá um ar recente e actual ao manual.

Organização do texto:

- matéria muito junta confunde;
- tamanho e tipo de letra.

Importância dos exercícios:

- permitem exercitar a matéria;
- servem para auto-avaliação;
- exercícios resolvidos, com todos os passos, ajudam a entender a matéria;
- preparar para o exame nacional.

Importância dos exemplos:

- quando não se compreende o que está escrito no corpo do texto, às vezes um exemplo ajuda;
- ter muitos exemplos não é prejudicial;

- ajuda a compreender a fórmula;
- ajuda a praticar aquilo que se aprende;
- transpõe o texto para a linguagem matemática.

Importância de resumo teórico:

- ajuda a memorizar;
- condensa a matéria;
- destaca/informa o que é importante.

Importância da quantidade de informação:

Muita informação	Pouca informação
<ul style="list-style-type: none"><li>- enfadonho;</li><li>- mais completo;</li><li>- confuso;</li><li>- perde a motivação.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- atrai;</li><li>- incompleto;</li><li>- simples;</li><li>- objectivo;</li><li>- assunto resumido;</li><li>- rapidez no estudo.</li></ul>

## Capítulo 4 – Conclusões

### 4.1. Síntese do estudo

Ao efectuar um trabalho no âmbito do mestrado em Comunicação e Educação em Ciência os nossos objectivos foram essencialmente dois. Em primeiro lugar, identificar elementos que possam indiciar e, se possível comprovar, a contribuição do Professor Vicente Gonçalves para a divulgação/comunicação da matemática na primeira metade do século XX. Em segundo, estudar a viabilidade ou não dos manuais escolares elaborados por Vicente Gonçalves serem bem aceites por parte de alunos do séc. XXI. Procurámos ainda, identificar e enumerar aspectos que possam melhorar a comunicação entre o aluno e o seu manual escolar.

Para dar resposta a estes objectivos no capítulo 1 caracterizaram-se e enquadraram-se conceitos como comunicação e manual escolar e analisou-se o papel de Vicente Gonçalves nesse contexto. Foi feito um breve percurso histórico sobre o ensino da matemática em Portugal no séc. XX e princípios do séc. XXI para uma melhor compreensão de alguns aspectos.

Nos capítulos 2 e 3 ocupamo-nos do segundo objectivo referido anteriormente. Nesse sentido, elaborou-se um estudo de caso. No segundo capítulo indicamos as metodologias adoptadas na elaboração do estudo de caso, e no terceiro capítulo analisámos as respostas obtidas no estudo.

## 4.2. Principais conclusões

No capítulo 1 relacionámos os conceitos de comunicação e comunicação matemática. Verificámos que em ambos existe transmissão e recuperação da informação, contudo podem ser entendidos segundo diferentes perspectivas. Relativamente à comunicação matemática esta pode variar devido ao método adoptado pelo professor, na leccionação dos conteúdos. Pode ser unidireccional (o professor apodera-se do discurso da aula, apresenta os conceitos e explica a resolução dos exercícios), contributiva (já existe a participação dos alunos contudo essas intervenções são de baixo nível cognitivo), reflexiva (o que o professor e os alunos fazem na aula torna-se subsequentemente um objecto explícito de discussão) ou instrutiva (o curso da experiência da sala de aula é alterado como resultado da conversação).

O manual escolar está, na maioria dos casos, presente em qualquer destes tipos de comunicação matemática, promovendo o espírito crítico e a comunicação matemática. Por possuir texto e imagens goza do estatuto de transmissor de conhecimento científico. Conforme verificámos, ao longo do tempo existiram várias definições de manual escolar, assim sendo, o seu estatuto e funções sofreram igualmente alterações.

Primeiramente o manual escolar era visto como sendo uma enciclopédia que continha todos os conceitos fundamentais ao conhecimento, passando depois, com o surgir da Escola Nova, a ser visto como um possível condutor a outras leituras e outras fontes de informação e formação. Destacamos o facto de o manual escolar ter passado de recurso exclusivo a “*recurso didáctico-pedagógico, ainda que não exclusivo*” do processo de ensino e aprendizagem, podendo incluir orientações de trabalho para o professor. Aferimos que possui grande importância pois através deste transmitem-se conhecimentos, desenvolvem-se capacidades e competências, consolidam-se aquisições, avaliam-se aquisições, interligam-se conhecimentos com a sociedade.

Apresentámos elementos que indiciam, e em alguns casos comprovam, a contribuição do Professor Vicente Gonçalves para a divulgação/comunicação da matemática na primeira metade do século XX.

O seu percurso de vida distingue-o de vários matemáticos devido ao seu contributo deixado como autor, investigador e professor. Vicente Gonçalves contribuiu de várias maneiras na divulgação de ciência. Fez parte de variados tipos de júris,



participou em vários congressos. Estas funções e participações permitiam-lhe conhecer aprofundadamente os estudos de matemáticos, divulgando assim os resultados de investigação recente de outros matemáticos, portugueses e estrangeiros. Usou como meios de difusão a publicação de artigos científicos, a elaboração de manuais para o ensino superior e manuais para o ensino liceal, entre outros.

Relativamente ao segundo objectivo, estudar a viabilidade ou não dos manuais escolares elaborados pelo Professor Vicente Gonçalves serem aceites por parte dos nossos alunos do séc. XXI bem como identificar e enumerar aspectos que possam melhorar a comunicação entre o aluno e o seu manual escolar, pensamos que deste estudo se podem retirar algumas sugestões a ter em consideração na elaboração de manuais escolares para os anos de escolaridade aqui analisados, 5º, 8º e 12º.

Com base no questionário I, podemos concluir que a maioria dos alunos que participaram neste estudo, usa o manual quer na escola quer em casa.

Salientamos aqui o facto de a maioria dos alunos do 5º e 12º anos, dizer que entende sempre o que está escrito no seu manual escolar. Contudo as opiniões nos alunos do 8º ano dividem-se entre o “*sempre*” e o “*raramente*”. No total dos participantes só dois alunos é que dizem que nunca entendem o que está escrito no seu manual escolar.

Enquanto que a maioria dos alunos do 5º ano diz que raramente sente diferença entre o que está escrito no manual e o que é dito na aula, os alunos do 8º e 12º anos dividem-se com a opinião de “*raramente*” e “*algumas vezes*”.

A maioria dos participantes (5º, 8º, 12º anos), diz que alguns exercícios dos testes são parecidos com os que estão no seu manual escolar.

Para a maioria dos alunos do 5º e 12º ano o manual já lhes tirou dúvidas. As opiniões já se dividem entre o “sim” e o “não” entre os alunos do 8º ano.

À questão “*gostas do teu manual escolar*” todos os alunos do 5º ano dizem que sim e os alunos do 8º e 12º anos repartem-se entre o gostar e o não gostar.

Relativamente ao estudo da viabilidade ou não dos manuais escolares elaborados pelo Professor Vicente Gonçalves serem aceites por parte dos nossos alunos do séc. XXI, os resultados obtidos surpreenderam-nos, uma vez que, os alunos simpatizaram com o recorte do manual de Vicente Gonçalves e houve mesmo alunos que preferiram a sua explicação à que constava no seu manual escolar. Verificámos que o manual de Vicente Gonçalves seria viável para alguns alunos. A objectividade e capacidade de

síntese foram características apontadas pelos alunos à escrita do Professor Vicente Gonçalves. Contudo apontam como maior entrave a linguagem.

Todos os alunos do 5º ano sentiram dificuldades no manual do Professor Vicente Gonçalves. Apontaram que a maneira como estava exposta a matéria os confundia, pois tinha a informação muito junta. Contudo houve alunos que elogiaram o exemplo exposto no manual, porém perdiam-se na sua explicação.

Nos alunos do 8º ano há uma grande discrepância de opiniões. Uns são de opinião que a simplicidade da abordagem dos conceitos no manual do Professor Vicente Gonçalves é uma mais valia devido à sua objectividade, e criticam o excesso de informação do seu manual escolar, pois, segundo eles, torna-se, maçador e confuso. Outros dizem que tal simplicidade é prejudicial pois se estiverem sozinhos a estudar não tinham onde recorrer, caso não entendam a matéria, elogiando assim o seu manual por conter bastante informação.

Notámos maturidade nas respostas dos alunos do 12º ano, estes alunos já tentam explicar as suas escolhas. A linguagem é sempre apontada como o principal responsável pela falta de entendimento. Mesmo os alunos que dizem preferir o manual de Vicente Gonçalves têm consciência que a linguagem deste é difícil de se entender. A maioria refere como motivo de dificuldade a falta de exemplos. Os alunos do 12º ano notam que a simplicidade é muito importante como fio condutor do raciocínio. Aliás, alguns alunos do 12º ano elogiam a clareza com que o Professor Vicente Gonçalves aborda o conceito.

Relativamente ao objectivo de identificar e enumerar aspectos que possam melhorar a comunicação entre o aluno e o seu manual escolar compilando as respostas dadas pelos alunos, concluiu-se que seria desejável que os autores tivessem em consideração os seguintes itens:

- existência/não existência de imagens;
- existência/não existência de cores;
- existência/não existência de setas;
- existência/não existência de resumo teórico;
- existência/não existência de exercícios;
- existência/não existência de exemplos;
- organização do texto;
- quantidade de informação.

Passamos a apresentar as justificações dadas pelos alunos a estes itens:

#### Importância da imagem

Segundo alguns alunos uma imagem pode contribuir para uma maior facilidade em interpretar a matéria, podendo mesmo em alguns casos dizer o mesmo que está escrito. Pode ainda retratar o assunto a que o problema se está a referir, mostrando a aplicabilidade da matemática. Torna o assunto mais engraçado, dá cor, um melhor aspecto. Pode ainda chamar a atenção para a importância do assunto, atrair e motivar o aluno a ler. Há alunos que alertam que dá um ar recente e actual ao manual.

A escolha da imagem deve ser, a nosso ver, cuidadosa, visto exercer (para alguns alunos) um complemento para o adquirir dos conceitos. Realçamos aqui contudo o facto de haver alunos que disseram não precisar de imagens para aprender, contudo são de opinião que ao colocar-se uma imagem esta deve ser relacionada com o assunto e que uma imagem já os ajudou na compreensão de um conceito.

#### Importância da cor

A cor tem como principal função alertar/chamar a atenção para o assunto que é importante. Ainda atribuem a utilidade de incentivar o aluno a ler o que está escrito e de não tornar monótona e cansativa a matéria. Somos de opinião que se deve ter atenção onde se coloca o negrito visto este ser conotado de “assunto importante” a ser lido.

#### Importância das setas

As setas assim como a cor alertam que o assunto é importante, bem como, alertam para a existência de fórmulas matemáticas e resumos teóricos, aumentando a rapidez em encontrar um assunto.

#### Importância dos resumos teóricos

Os alunos elogiam a existência dos resumos teóricos pois ajudam a memorizar os conceitos. Sintetizam a matéria, informando o que é importante reter.

### Importância dos exercícios

Na opinião dos alunos os exercícios são imprescindíveis num manual escolar. É através da resolução de exercícios que o aluno sabe se adquiriu os conceitos e ganha confiança sobre os assuntos estudados. Os alunos gostam de ter exercícios resolvidos, com todos os passos, pois ajuda a entender a matéria, contudo também acham necessário haver exercícios por resolver pois servem de auto-avaliação.

### Importância dos exemplos

Os exemplos, assim como os exercícios, são, na opinião destes alunos, bastante importantes. Quando não compreendem o que está escrito no corpo do texto, dizem que um bom exemplo pode ajudar a entender o conceito, a compreender uma fórmula, bem como entender onde se aplica esse conceito no dia-a-dia. Têm ainda, por vezes, a capacidade de transpor o texto para a linguagem matemática. Os alunos são de opinião que ter muitos exemplos não é prejudicial.

### Organização do texto

A disposição do texto, espaçamento entre os dados, o tamanho e tipo de letra são outros factores apontados pelos alunos. Afirmam que conteúdos muito juntos uns dos outros levam a que este se baralhe e confunda. O tamanho e tipo de letra são impulsionadores de motivação na continuação da leitura de um assunto teórico. Letras muito pequenas desmotivam os alunos e letras maiúsculas assinalam que o assunto é novo e importante.

### Importância da quantidade de informação

As opiniões relativamente à quantidade de informação dividem-se. Há alunos em que a existência de muita informação torna a leitura enfadonha, perdendo o aluno a vontade e a motivação para continuar a leitura. Uns dizem que ter muita informação releva que a explicação do conceito está muito completa, outros dizem que o excesso de informação os confunde. Há alunos que preferem pouca informação. Pouca informação dá maior rapidez ao estudo, os assuntos vêm resumidos tornando-se assim mais

objectivos e simples. No entanto existem alunos que explicam que pouca informação pode indicar que o assunto está incompleto.

### **4.3. Contribuições e limitações do estudo**

Foram estabelecidos no início do estudo dois objectivos, o primeiro identificar elementos que possam indiciar e, se possível comprovar, a contribuição do Professor Vicente Gonçalves para a difusão da matemática na primeira metade do século XX e o segundo, estudar a viabilidade ou não dos manuais escolares elaborados pelo Professor Vicente Gonçalves por parte dos nossos alunos do séc. XXI bem como identifica e enumerar aspectos que possam melhorar a comunicação entre o aluno e o seu manual escolar.

Com o primeiro objectivo esperamos ter contribuído para a divulgação do trabalho realizado por um grande matemático do século XX, o Professor Vicente Gonçalves.

O segundo objectivo continha duas metas. A primeira era estudar a viabilidade ou não dos manuais escolares elaborados por Vicente Gonçalves por parte dos nossos alunos do séc. XXI. Demos a conhecer aos alunos que participaram nesta tese o estilo de manual escolar do início do século XX, e com ajuda destes tentamos entender as suas principais diferenças. Por fim, enumerámos aspectos que são na opinião dos alunos que participaram neste estudo, fundamentais para que haja uma boa comunicação entre eles e o seu manual escolar. Contribuem assim para que a relação entre o aluno e o seu manual escolar seja cada vez mais forte e eficaz. Fazendo com que o aluno, cada vez mais, recorra ao seu manual por sua auto-iniciativa para estudar, aplicar os conceitos, tirar dúvidas, entre outros.

Relativamente a este estudo destacamos aqui as principais limitações. O universo dos participantes podia ter sido mais alargado. O número de alunos do 8º ano que participaram neste estudo foi limitado, devido às razões referidas no capítulo 2. Para que o estudo fosse mais completo dever-se-ia analisar todos os anos de escolaridade e comparar ano a ano, idade a idade, entre outros aspectos.

Também reconhecemos limitações relativamente à selecção dos manuais. Baseamo-nos apenas nas comparações entre o manual do Professor Vicente Gonçalves e o manual do aluno.

Gostaríamos de ter podido investigar outras questões no âmbito dos manuais escolares. Listamos algumas em seguida na esperança de poderem ser tratadas em futuros estudos:

\_ Os alunos têm noção de quais eram os conteúdos matemáticos dados no início do século XX? Já tiveram contacto com manuais escolares antigos?

\_ Será que o uso do manual pelos alunos difere segundo as práticas dos professores?

\_ Estudar a influência de vários matemáticos portugueses na geração seguinte.

\_ Será possível satisfazer todos os alunos na elaboração de um manual? Que aspectos podemos melhorar?

\_ Que atitude podemos ter para que a relação entre o aluno e o seu manual escolar seja cada vez mais forte?

\_ Há uma boa comunicação no manual escolar dos alunos? Estão os alunos satisfeitos com o seu manual?

## **Apêndices**

## Apêndice I

Instituição de Ensino Superior	Ano	Funções
UNIVERSIDADE DE COIMBRA	1917	2º Assistente provisório do 2º grupo (Mecânica e Astronomia)
	1919	Passagem a 2º Assistente. Regente das disciplinas de Calculo e Análise
	1921	Passagem a 1º Assistente
	1922	Regente da disciplina de Analise Superior até 1928
	1923	Lecciona a disciplina de Cálculo Diferencial até 1927
	1927	Nomeado professor Catedrático
	1928	Nomeado secretário interino da Faculdade de Ciências até 1931
	1927/1938	Lecciona diferentes disciplinas: _Cálculo Infinitesimal, _Análise Superior, _Matemáticas Gerais; _Física Matemática; _Geometria Superior; _Complementos de Álgebra; _Mecânica Racional
	1939/1941	Atribuição de uma bolsa, dispensa do serviço oficial
UNIVERSIDADE DE LISBOA	1941/1942	Lecciona as disciplinas de Análise Superior e Complementos de Álgebra
	1942/1943	Encontra-se em comissão de serviço
	1947	Toma posse do cargo de Professor-Bibliotecário
INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIAS ECONÓMICAS E FINANCEIRAS	1947/1960	Regente de Matemáticas Superiores: _Álgebra, _Princípios de Análise Infinitesimal, _Geometria Analítica
	1961	Faz parte da comissão organizadora dos pontos das provas escritas do exame de aptidão para a 1ª matrícula e desempenha funções na organização e direcção do Curso de Matemáticas Superiores Prof. Mira Fernandes
	1967	Aposenta-se

Quadro 1



## Apêndice II

Congresso/Ano	Nome da comunicação
Congresso das Associações Portuguesa e Espanhola para o Progresso das Ciências, 1932	<p>– “Sobre os máximos e mínimos de uma função real”,</p> <p>– “Condição necessária e suficiente da compatibilidade de um sistema de equações diferenciais lineares de coeficientes constantes”,</p> <p>– “Sobre a equação intrínseca das geodésicas de um helicóide”</p>
Congresso do Mundo Português, 1940	– “Análise do Livro VIII dos Princípios Mathematicos de José Anastácio da Cunha”
Congresso Luso-Espanhol para o progresso das Ciências, 1942	<p>– “Sur les Systèmes de Fonctions à Jacobien Nul”,</p> <p>– “Sur une Formule de Récurrence”</p>
X Congresso Internacional dos Matemáticos, 1954	Representante, como delegado oficial, da Universidade de Lisboa
XXIII Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências, 1956	Proferiu o discurso inaugural da secção de abertura, “Modernas Investigações sobre Limites dos Módulos das Raízes”
XXIV Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências, 1958	Apresentou estudos dos Profs. Drs. Almeida Costa, Sebastião e Silva, Rios de Sousa e D. Pacheco de Amorim, e de Tiago de Oliveira, Pedro Braumann, Gustavo de Castro, Santos Guerreiro, Campos Ferreira e Luís Albuquerque

Quadro 2

### Apêndice III

Estudos relativos a pessoas	Estudos de acontecimentos contemporâneos ou não a Vicente Gonçalves
<p>_Henri Lebesgue</p> <p>_Aurélio de Mira Fernandes</p> <p>_Rey Pastor</p> <p>_Ramos e Costa</p> <p>_Pedro José da Cunha</p> <p>_Manuel dos Reis</p> <p>_António Almeida e Costa</p> <p>_João Farinha</p> <p>_Ensino Universitário em Portugal</p> <p>Espírito utilitário</p>	<p>_Análise do livro VIII dos Princípios Mathematicos de José Anastácio da Cunha<sup>1</sup></p> <p>_Relações entre José Anastácio da Cunha e Monteiro da Rocha</p> <p>_Escolaridade de André de Resende</p> <p>_Passos de Pedro Nunes ao serviço do Rei</p> <p>_ Artigos referentes a Pedro Nunes e a D. Francisco de Melo</p>

Quadro 3

---

<sup>1</sup> Cecília Costa comenta no seu livro, (2001) acerca deste estudo dizendo “*é considerado de grande importância, visto ter atribuindo ao português Anastácio da Cunha a primazia na definição (correcta) de convergência de uma série*”

## Apêndice IV

<p><b>Textos publicados por editoras:</b></p> <p><b>_Scientia Editora</b></p> <p><b>_Victor Kaizeler,</b></p>	<p><b>Textos publicados pela:</b></p> <p><b>_Liga dos Amigos da Biblioteca da Faculdade de Ciências de Lisboa</b></p> <p><b>_Associação de Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa</b></p>
<p><i>_Álgebra Superior, Geometria Analítica e Trigonometria Esférica</i>, vol. I, Segundo as lições do Exmo. Sr, professor Doutor Vicente Gonçalves, colligidas por E. Cortesão e M. Maia, Scientia Editora, 1942 e 1944.</p> <p><i>_Matemáticas Gerais</i>, vol. I, coligidas por E. Cortesão, Scientia Editora, 1942.</p> <p><i>_Apontamentos de Matemáticas Gerais</i>, vol. I, coligidas por Guilherme Nunes Teles e António de Oliveira Pegado, Edição Victor Kaizeler, Lisboa, 1944.</p> <p><i>_Álgebra Superior, Geometria Analítica e Trigonometria Esférica</i>, compiladas por Maria Gabriela Lopes Correia, Vasco Tomé Osório e Fernando Neves da Silva, 1943.</p>	<p><i>_As Cónicas</i>, Edição da Liga dos Amigos da Biblioteca da F. C. L. 1946/1947.</p> <p><i>_Quádricas</i>, Edição da Associação de Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa, 1960/1961.</p> <p><i>_Funções de Intervalo e de Variação Limitada. Integrais</i>. Edição da Associação de Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa, 1960/1961.</p>

Quadro 4

## **Anexos**

## Anexo 1

O questionário que se segue foi desenvolvido para realizar uma investigação no âmbito de uma Tese de Mestrado em Comunicação e Educação em Ciência. Lê com atenção e responde com cuidado às questões que se seguem. Qualquer dúvida que tenhas pergunta.

Nome: \_\_\_\_\_ Ano: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_

<p>1. Quem é o teu Encarregado de Educação?</p> <p>€ mãe</p> <p>€ pai</p> <p>€ Outro: _____</p>	<p>2. Vives com quem?</p> <p>€ pais</p> <p>€ avos</p> <p>€ tios</p> <p>€ madrinha/padrinho</p> <p>€ centro de acolhimento</p> <p>€ Outro: _____</p>		
<p>3. Que escolaridade tem:</p> <table border="0"><tr><td><p>O teu pai:</p><p>€ não tem estudos</p><p>€ 1º ciclo</p><p>€ 2º ciclo</p><p>€ 3º ciclo</p><p>€ ensino secundário</p><p>€ licenciatura</p><p>€ Outro: _____</p></td><td><p>A tua mãe:</p><p>€ não tem estudos</p><p>€ 1º ciclo</p><p>€ 2º ciclo</p><p>€ 3º ciclo</p><p>€ ensino secundário</p><p>€ licenciatura</p><p>€ Outro: _____</p></td></tr></table>		<p>O teu pai:</p> <p>€ não tem estudos</p> <p>€ 1º ciclo</p> <p>€ 2º ciclo</p> <p>€ 3º ciclo</p> <p>€ ensino secundário</p> <p>€ licenciatura</p> <p>€ Outro: _____</p>	<p>A tua mãe:</p> <p>€ não tem estudos</p> <p>€ 1º ciclo</p> <p>€ 2º ciclo</p> <p>€ 3º ciclo</p> <p>€ ensino secundário</p> <p>€ licenciatura</p> <p>€ Outro: _____</p>
<p>O teu pai:</p> <p>€ não tem estudos</p> <p>€ 1º ciclo</p> <p>€ 2º ciclo</p> <p>€ 3º ciclo</p> <p>€ ensino secundário</p> <p>€ licenciatura</p> <p>€ Outro: _____</p>	<p>A tua mãe:</p> <p>€ não tem estudos</p> <p>€ 1º ciclo</p> <p>€ 2º ciclo</p> <p>€ 3º ciclo</p> <p>€ ensino secundário</p> <p>€ licenciatura</p> <p>€ Outro: _____</p>		
<p>4. Qual é a profissão do teu pai? _____</p> <p>Qual é a profissão da tua mãe? _____</p>	<p>5. Qual é a idade do teu pai? _____</p> <p>Qual é a idade da tua mãe? _____</p>		
<p>6. Como vais para a escola? _____</p> <p>7. Quanto tempo demoras da tua casa à escola?</p> <p>€ menos de 10 minutos</p> <p>€ mais de 20 minutos</p> <p>€ menos de 20 minutos</p> <p>€ mais de uma hora</p>	<p>8. Com que frequência estudas matemática?</p> <p>€ diariamente</p> <p>€ raramente</p> <p>€ nas vésperas dos teste</p> <p>€ Outro: _____</p>		
<p>9. Onde estudas matemática?</p> <p>€ em casa</p> <p>€ na biblioteca</p> <p>€ num centro de explicações</p> <p>€ Outro: _____</p>	<p>10. Como gostas mais de estudar matemática?</p> <p>€ sozinho</p> <p>€ em grupo</p>		

<p>11.Tens ajuda a estudar matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> sim</p> <p><input type="checkbox"/> não</p>	<p>12.Qual foi a tua nota a matemática</p> <p>no ano passado?_____</p> <p>no 1º período?_____</p>
<p>13.Quem é que te ajuda a estudar matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> mãe                      <input type="checkbox"/> avós</p> <p><input type="checkbox"/> pai                        <input type="checkbox"/> explicador</p> <p><input type="checkbox"/> irmão/irmã            <input type="checkbox"/> madrinha/padrinho</p> <p>Outro:_____</p>	<p>14.Onde usas o manual escolar de matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> em casa</p> <p><input type="checkbox"/> na escola</p> <p><input type="checkbox"/> num centro de estudo</p> <p><input type="checkbox"/> não uso</p>
<p>15.Quando usas o manual escolar de matemática consegues entender o que lá está escrito?</p> <p><input type="checkbox"/> sempre</p> <p><input type="checkbox"/> raramente</p> <p><input type="checkbox"/> nunca</p>	<p>16. Usas o manual escolar de matemática na sala de aula?</p> <p><input type="checkbox"/> sempre</p> <p><input type="checkbox"/> raramente</p> <p><input type="checkbox"/> nunca</p>
<p>17. Sentes diferença sobre o que se diz na aula e o que está escrito no manual escolar de matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> muitas vezes</p> <p><input type="checkbox"/> algumas vezes</p> <p><input type="checkbox"/> raramente</p> <p><input type="checkbox"/> nunca</p>	<p>18. Os exercícios que fazes nos testes são parecidos com os que estão no teu manual escolar de matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> todos</p> <p><input type="checkbox"/> alguns</p> <p><input type="checkbox"/> nenhuns</p>
<p>19. Quando não entendes uma matéria recorres ao manual escolar de matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> não</p> <p><input type="checkbox"/> sim</p> <p><input type="checkbox"/> as vezes</p>	<p>20. Alguma vez o manual escolar de matemática serviu para te tirar alguma dúvida da matéria dada na aula?</p> <p><input type="checkbox"/> não</p> <p><input type="checkbox"/> sim</p>
<p>21. Fazes os exercícios que estão no manual escolar de matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> não</p> <p><input type="checkbox"/> sim</p>	<p>22. Gostas do teu manual escolar de matemática?</p> <p><input type="checkbox"/> não</p> <p><input type="checkbox"/> sim</p>

## Anexo 2

5º Ano

O questionário que se segue foi desenvolvido para realizar uma investigação no âmbito de uma Tese de Mestrado em Comunicação e Educação em Ciência. Lê com atenção e responde com cuidado às questões que se seguem. Qualquer dúvida que tenhas pergunta.

Nome: \_\_\_\_\_ Ano: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Volta a ler os recortes de manuais escolares.  
Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. Em qual das duas explicações ficas a saber o que é a Propriedade Comutativa da Adição?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

# Recorte do Manual Escolar A

**Propriedade da adição:** Reunindo num só fio as missangas de vários colares, em nada importa a ordem por que as missangas se vão juntando: no final, são sempre as mesmas, as missangas.

Por isso também

**A soma não depende da ordem das parcelas** (propriedade comutativa).

Por exemplo:

$$2 + 3 + 4 = \overbrace{1 + 1}^2 + \overbrace{1 + 1 + 1}^3 + \overbrace{1 + 1 + 1 + 1}^4$$

$$2 + 4 + 3 = \overbrace{1 + 1}^2 + \overbrace{1 + 1 + 1 + 1}^4 + \overbrace{1 + 1 + 1}^3$$



## Recorte do Manual Escolar B



TEMA

### 7. Adição e propriedades da adição

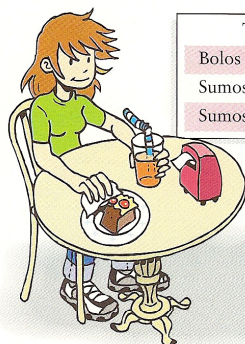


Tabela de preços

Bolos	0,30 €
Sumos naturais	1,25 €
Sumos de lata	0,70 €

A Ana comeu um bolo e bebeu um sumo natural.

Para calcular a despesa da Ana, consultou-se a tabela de preços e calculou-se a soma de 0,30 com 1,25.

$$0,30 + 1,25 = 1,55 \quad \text{ou} \quad 1,25 + 0,30 = 1,55$$

$$\begin{array}{r} 0,30 \\ + 1,25 \\ \hline 1,55 \end{array}$$

← soma

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ + 0,30 \\ \hline 1,55 \end{array}$$

← soma

A adição tem a propriedade comutativa:

Trocando a ordem das parcelas a soma não se altera.

O questionário que se segue foi desenvolvido para realizar uma investigação no âmbito de uma Tese de Mestrado em Comunicação e Educação em Ciência. Lê com atenção e responde com cuidado às questões que se seguem. Qualquer dúvida que tenhas pergunta.

Nome: \_\_\_\_\_ Ano: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Volta a ler os recortes de manuais escolares.  
Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

## Recorte do Manual Escolar A

### III — MÁXIMO DIVISOR COMUM E MENOR MÚLTIPLO COMUM

#### 37. Máximo divisor comum.

18 é divisível por

1, 2, 3, 6, 9, 18

e 12 também o é por

1, 2, 3, 6, 12

Há, pois, vários divisores comuns:

1, 2, 3 e 6.

Dêstes, o maior — 6 — é o **máximo divisor comum (m. d. c.)**.

De uma maneira geral,

**Máximo divisor comum de vários números é o maior número que os divide a todos.**

Evidentemente,

**a) Quando um dos números dados divide todos os outros, êsse é o m. d. c.**

Por exemplo, tratando-se de

6, 12 e 18

é 6 o **m. d. c.**

#### 38. Menor múltiplo comum.

4 tem por múltiplos

4, 8, 12, 16, 20, 24,...

e os de 6 são

6, 12, 18, 24, 30,...

Há, pois, vários múltiplos comuns:

12, 24, 48,...

Dêstes, o menor — 12 — é o **menor múltiplo comum (m. m. c.)**.

De uma maneira geral,

**Menor múltiplo comum de vários números é o menor número que por todos é divisível.**

Evidentemente,

**a) Quando um dos números dados é divisível pelos outros, êsse é o m. m. c.**

Por exemplo, tratando-se de

4, 6 e 12,

é 12 o **m. m. c.**

## Recorte do Manual Escolar B

92

UNIDADE 3 | Ainda os números



7. Um agricultor pretende encher cestos com igual número de batatas e cebolas. Tem 1562 batatas e 792 cebolas. Qual é o maior número de cestos que pode encher?



8. Sabendo que 20 é múltiplo de 4, qual é o m.d.c. (4, 20)?

9. Sabendo que um número  $a$  é múltiplo de 6, qual é o m.d.c. (6,  $a$ )?

### Máximo divisor comum

Consideremos o problema da **Atividade 1** (pág. 90):

A D. Zita, florista, tem 100 rosas amarelas e 60 rosas vermelhas. Pretende dividi-las por diversos ramos, contendo, cada um, o mesmo número de rosas de cada cor. Claro que deseja fazer **o maior número possível** de ramos, sem deixar nenhuma rosa de fora!

A D. Zita pensou na melhor forma de distribuir as rosas pelos ramos e concluiu que:

- se fizesse um único ramo este conteria todas as rosas;
- se fizesse 2 ramos, cada um deles possuiria 50 rosas amarelas e 30 vermelhas;
- se fizesse 3 ramos, sobraria uma rosa amarela, pois 100 não é divisível por 3;
- se fizesse 5 ramos, utilizaria em cada ramo 20 rosas amarelas e 12 rosas vermelhas;
- se fizesse...

Então, o número de ramos terá que ser:

- um divisor comum do número de rosas amarelas e de rosas vermelhas, para que fique o mesmo número de rosas de cada cor em cada ramo e não sobre nenhuma rosa.
- o máximo divisor comum, pois pretende-se obter o maior número de ramos nas condições indicadas.

Determinemos os divisores de 100 e de 60:

$$D_{100} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$$

$$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

Logo, os divisores comuns de 100 e 60 são os seguintes:

$$D_{100} \cap D_{60} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

O maior (máximo) divisor comum de 100 e 60 é 20.

Indicamo-lo por: **m.d.c. (100, 60) = 20**

Concluimos, então, que o número máximo de ramos que a florista pode fazer com igual número de rosas de cada uma das cores (5 amarelas e 3 vermelhas) seria 20.

Assim,

**O máximo divisor comum (m.d.c.) de dois ou mais números é o maior dos divisores comuns desses números.**



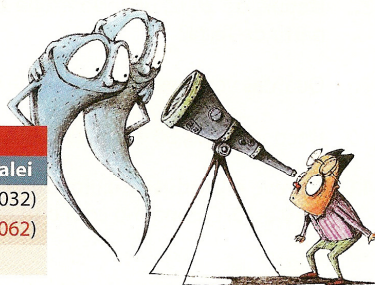
### Mínimo múltiplo comum

Na **Actividade 1** (pág. 94), é-nos apresentado o seguinte problema:

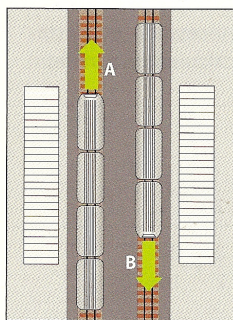
Os cometas Alei e Talei são visíveis a partir da Terra, respectivamente, de 20 em 20 anos e de 30 em 30 anos. Os cientistas detectaram que em 2002 ambos foram avistados a partir da Terra e pretendem saber quantas vezes essa coincidência voltará a acontecer até 2150.

Preenchendo o quadro:

Aparições	
Cometa Alei	Cometa Talei
20 anos (2022)	30 anos (2032)
40 anos (2042)	60 anos (2062)
60 anos (2062)	



13. De uma estação de comboios partem dois comboios em sentidos contrários, tal como mostra a figura.



Na direcção A, os comboios partem de 30 em 30 minutos. Na direcção B partem de 45 em 45 minutos. Sabendo que às 8 horas se deu uma partida simultânea da Estação representada, a que horas será a próxima partida simultânea?

verificamos que os cometas voltam a ser visíveis, simultaneamente, a partir da Terra passados 60 anos. Para saber isso tivemos de calcular os múltiplos de 20 (primeira coluna da tabela) e os múltiplos de 30 (segunda coluna). Depois, determinámos os múltiplos comuns de 20 e 30.

Múltiplos de 20:  $M_{20} = \{0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, \dots\}$

Múltiplos de 30:  $M_{30} = \{0, 30, 60, 90, 120, \dots\}$

Múltiplos comuns de 20 e 30 (diferentes de zero):

$$M_{20} \cap M_{30} = \{60, 120, \dots\}$$

O mínimo múltiplo comum de 20 e 30 é 60.

Representa-se por: **m.m.c. (20, 30) = 60**

Logo, a cada 60 anos os cometas serão visíveis, simultaneamente, a partir da Terra.

Assim,

**O mínimo múltiplo comum (m.m.c.) de dois ou mais números é o menor dos múltiplos comuns desses números.**

12º Ano

O questionário que se segue foi desenvolvido para realizar uma investigação no âmbito de uma Tese de Mestrado em Comunicação e Educação em Ciência. Lê com atenção e responde com cuidado às questões que se seguem. Qualquer dúvida que tenhas pergunta.

Nome: \_\_\_\_\_ Ano: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Volta a ler os recortes de manuais escolares.  
Em qual dos dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. Em qual das duas explicações ficas a saber o que é um Logaritmo?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

## Recorte do Manual Escolar A

### CAPÍTULO IX

### Logaritmos

#### I — Logaritmos em geral

**47. Generalidades.** Dados dois números positivos  $N$  e  $B$ , este último diferente da unidade, chama-se *logaritmo de  $N$  na base  $B$*  aquele número  $l$  a que é preciso elevar  $B$  para se obter  $N$  <sup>(1)</sup>. Por sua vez,  $N$  é o *antilogaritmo* de  $l$ .

Entre os três números  $N$ ,  $B$  e  $l$  existe pois a relação

1)

$$N = B^l.$$

Para exprimir que  $l$  é o *logaritmo* <sup>(2)</sup> de  $N$  na base  $B$ , escreve-se

2)

$$l = \log_B N.$$

Por exemplo,

$$2 = \log_{10} 100,$$

pois

$$100 = 10^2$$

---

<sup>(1)</sup> Supondo  $B > 1$ , a potência  $B^l$ , quando  $l$  é irracional, é o número superior a todas as potências menores (de menor expoente) e inferior a todas as potências maiores, umas e outras de *expoente racional*. Seria o contrário na hipótese  $B < 1$ .

As regras do n.º 19 aplicam-se também às potências desta nova espécie.

<sup>(2)</sup> Logaritmo vem do grego *logos* (relação) e *arimos* (número).

## Recorte do Manual Escolar B

### Logaritmo de um número positivo numa dada base diferente de um

No âmbito do estudo da função exponencial, resolvemos algumas equações em que é possível escrever ambos os seus membros na forma de potência com a mesma base. A variável figurava em expoente e podia tomar qualquer valor em  $\mathbb{R}$ .

Por exemplo,

Se  $2^x = 32$ , então  $2^x = 2^5$  e, como a função exponencial é injectiva, podemos concluir que  $x = 5$ .

5 é o número a que deve elevar-se a base 2, para se obter 32; dizemos que 5 é o **logaritmo de 32 na base 2**.

Se  $10^x = 1000$ , então  $x = 3$ . Como 3 é o número a que deve elevar-se a base 10 para se obter 1000, diz-se que 3 é o **logaritmo de 1000 na base 10** e representamo-lo por  $\log_{10} 1000$  ou, simplesmente,  $\log 1000$ .

Mas, se a equação for  $2^x = 40$ , não é possível adoptar o mesmo processo. A solução é, no entanto, determinada com o recurso à definição de **logaritmo de um número positivo**.

$x$  é, então, o **número real** a que deve elevar-se a base 2 para se obter 40 como resultado. Ou seja,  $x = \log_2 40$  dado que  $2^x = 40$ .

Generalizando:

Chama-se **logaritmo de um número positivo  $x$  na base  $a$  ( $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ )**, ao número real  $y$  tal que

$$a^y = x$$

isto é,

$$\log_a x = y \iff x = a^y$$

Assim, por exemplo:

$$\log_2 8 = 3 \quad \text{pois} \quad 2^3 = 8 \qquad \log_5 1 = 0 \quad \text{pois} \quad 5^0 = 1$$

$$\log_4 64 = 3 \quad \text{pois} \quad 4^3 = 64 \qquad \log_6 6 = 1 \quad \text{pois} \quad 6^1 = 6$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2 \quad \text{pois} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \qquad \log_{\sqrt{5}} 5 = 2 \quad \text{pois} \quad (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 3 = -1 \quad \text{pois} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3 \qquad \log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2} \quad \text{pois} \quad 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$$

$$\log_3 10 \text{ é tal que } 3^{\log_3 10} = 10 \qquad \log_{10} 5 \text{ é tal que } 10^{\log_{10} 5} = 5$$

Da definição de logaritmo de um número positivo na base  $a$  ( $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ ), decorre imediatamente que:

$$\log_a a = 1 \quad \text{e} \quad \log_a 1 = 0$$

**Logaritmo** – palavra criada por Neper, que resulta da composição de duas palavras gregas:

*logos* – razão;

*arithmos* – número.

Em Português, a palavra “logaritmo” é citada, em alguns dicionários, como sinónima de “expoente”.

Note que a calculadora dispõe de uma tecla  $\boxed{\text{LOG}}$  que permite obter logaritmos na base 10.

Note que se  $x = 2^t$  for a lei de desenvolvimento de, por exemplo, uma dada espécie de insectos, o conhecimento do número de animais existentes pode permitir “medir” o tempo –  $x$  – decorrido desde o início da observação.



### **Anexo 3**



## Anexo 4

### **Guião da entrevista dos alunos do 5º, 8º e 12º anos**

## Guião da entrevista dos alunos do 5ºano

### Aluno: João

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“Prefiro o A porque era difícil de entender”,*

Porque é que deste esta resposta?

Porque é que disseste que o A era mais difícil de entender? Explica melhor. Faz comparações para eu entender melhor.

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“Senti mais dificuldades no A porque são muitos números.”*

Olha com atenção outra vez para o manual A. Diz lá o que te faz confusão? O que consegues entender?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o a propriedade comutativa da adição?

*“Fico a saber o que é a propriedade comutativa da adição com as explicações B”*

E agora que já te expliquei aquela parte “*dos muitos números*” já consegues entender o manual A?

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Sim, o B, porque é mais colorido”*

Explica lá qual é a importância do desenho do B? E do colorido?

**Aluno: Vasco**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes?

Porquê?

*“Prefiro o B porque se torna mais fácil de explicar e o outro ao ser mais difícil de perceber outros alunos poderiam não perceber”*

Porque é que deste esta resposta?

Porque é que disseste que o B era mais difícil de entender? Explica melhor. Faz comparações para eu entender.

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“Senti mais dificuldades no A por ter mais números uns em cima de outros a parecerem fracções, tornando-se assim mais complicado.”*

Olha com atenção outra vez para o manual A. Diz lá o que te faz confusão? O que consegues entender?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o a propriedade comutativa da adição?

*“Fiquei mais a saber no B”*

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Sim, o B, para entender melhor”*

Explica lá qual é a importância do desenho do B?

Explica lá porque dizes para entender melhor?

**Aluno: Gonçalo**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes?

Porquê?

*“Prefiro o B porque é mais simples, percebo perfeitamente e é mais fácil de entender”*

Porque é que dizes que é mais simples? O que é ser simples?

Porque é que disseste que o B era mais fácil de entender? Explica melhor. Faz comparações para eu entender.

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“Senti mais dificuldades no A. Porque não percebo o exemplo”*

Olha com atenção outra vez para o manual A. Diz lá o que te faz confusão? O que consegues entender?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o a propriedade comutativa da adição?

*“O manual B”*

E agora que já te expliquei aquela parte *“dos muitos números”* já consegues entender o manual A?

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Sim, no B. porque com as imagens pode-se perceber melhor as coisas.”*

Explica lá qual é a importância do desenho do B?

Explica lá porque dizes para entender melhor? É mais simples?

**Aluna: Mafalda**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“Prefiro o B, porque é mais simples, mais divertido e também ajuda-nos a compreender.”*

Porque é que dizes que é mais simples? O que é ser simples?

Porque é que dizes que é mais divertido? O que é ser divertido?

Porque é que disseste que o B te ajuda a compreender? Explica melhor. Faz comparações para eu entender.

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“No A, porque são muitos números juntos e também não explica o procedimento.”*

Olha com atenção outra vez para o manual A. Diz lá o que te faz confusão? O que consegues entender?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o a propriedade comutativa da adição?

*“No manual B”*

E agora que já te expliquei aquela parte “dos muitos números” já consegues entender o manual A?

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Sim, o B, porque fica mais colorido e interessante”*

Explica lá qual é a importância do desenho do B? E do colorido? Fica mais interessante porque?

## Guião da entrevista dos alunos do 8º ano

### Aluna: Beatriz

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“Prefiro o B, porque tem desenhos e dá para compreender melhor.”*

Qual é a importância dos desenhos?

Porque é que dizes que se compreende melhor? Explica melhor. Faz comparações para eu entender.

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“No recorte A, não explica tão bem e no B dá mais explicações”*

Olha com atenção outra vez para o manual A. Diz lá o que te faz confusão? O que consegues entender? Que explicações do B são assim tão importantes para entenderes melhor?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum?

*“No recorte B tem mais coisas”*

Que coisas são essas que fazem-te entender melhor?

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Sim, algum que explique melhor, porque assim podemos perceber melhor com uma imagem”*

Porque dizes que percebes melhor com uma imagem?



**Aluna: Anita**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“O primeiro manual, porque embora não tenha desenhos tem a matéria bem explicada”*

Qual é a importância dos desenhos?

Porque é que dizes que tem a matéria mais bem explicada? Explica melhor. Faz comparações para eu entender.

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“No segundo, porque tem a matéria melhor explicada”*

Então na questão um dizes que é o manual A que tem a matéria bem explicada e agora dizes que é o B? explica lá o que querias dizer? Afinal quem é que explica melhor e porque?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum?

*“No A.”*

Que coisas são essas que fazem-te entender melhor? O que não entendes no manual B?

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Nada porque não preciso de bonecos para entender a matéria”*

Porque dizes que não precisas da imagem? Então nunca tiveste casos em que ajudou aprender com desenhos? Quais foram, lembras-te?

**Aluna: Lara**

**Questão 1:** Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“Prefiro o B, porque contém mais imagens, mas o manual A também nos faz perceber que não era necessário as imagens para percebermos a matéria, porque para além disso os manuais de há 80 anos têm a mesma matéria e não ocupa tantas folhas como os manuais actuais”.*

Qual é a importância dos desenhos?

Porque é que dizes que tem a matéria mais bem explicada? Explica melhor. Faz comparações para eu entender.

**Questão 2:** Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“Não senti dificuldades em nenhum, pois ambos dizem o mesmo, mas o manual actual contém exercícios”.*

Qual é a importância dos exercícios?

**Questão 3:** Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum?

*“Em ambos. Mas no B só diz a explicação depois do exercício”.*

Comenta a tua frase.

**Questão 4:** Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Não, porque os desenhos não chegam a servir de muito”.*

Porque dizes que não precisas da imagem? Então nunca tiveste casos em que ajudou aprender com desenhos? Quais foram, lembra-te?

**Aluno: Carlos**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“O B, porque tem cores, a matéria está mais separada.”*

Qual é a importância da cor?

Porque é que queres dizer com “*a matéria está mais separada*”? Isso é importante? Porquê? Explica melhor. Faz comparações para eu entender.

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dos dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“No A, porque explica a matéria mas tem muita”*

Tem “*muita matéria*”, o que queres dizer com isto? Isto prejudica porquê?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum?

*“No B.”*

Que coisas são essas que fazem-te entender melhor? O que não entendes no manual A?

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Não para os alunos não se distraírem”*

Porque dizes que os alunos se distraem com os desenhos? Achas que os bonecas que estão no teu manual distraem? Mas tu na questão 1 dizes que preferes um manual com cor, e a cor não te distrai?

Então nunca tiveste casos em que ajudou aprender com desenhos? Quais foram, lembraste?

## Guião da entrevista dos alunos do 12ºano

### Aluna: Carla

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

— *“Prefiro do manual mais recente, dá uma explicação mais completa do que é o logaritmo dá mais exemplos as cores são chamativas temos informações adicionais quanto à calculadora à origem da palavra “logaritmo”. No entanto na manual mais antigo a matéria é explicada de uma forma mais sintetizada e talvez seja possível uma melhor compreensão”*

Porque é que dizes que o teu manual dá uma explicação mais completa?

*“dá mais exemplos”* qual é a importância dos exemplos?

*“as cores são chamativa”* que importância tem a cor?

*“temos informações adicionais quanto à calculadora à origem da palavra “logaritmo”, relativamente à calculadora sabes que naquela altura não existia, agora relativamente á origem da palavra logaritmo não reparas-te que o manual A também tinha uma nota em rodapé, porque terá sido?”*

*“No entanto na manual mais antigo a matéria é explicada de uma forma mais sintetizada e talvez seja possível uma melhor compreensão”* Explica-me qual é o benefício da matéria estar sintetizada?

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“Senti mais dificuldades no segundo recorte, por vezes perdemo-nos com a explicação quando esta está bem mais simples no primeiro recorte, mesmo com menos texto sou capaz de compreender. No que diz respeito a exemplos e a regras o segundo está mais completo e dá informações importantes que nos ajudarão.”*

Ao longo dos anos sentistes falta dessa síntese nos manuais de matemática?  
Qual é a importância dos exemplos? Ter muitos exemplos não é prejudicial?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é um logaritmo?

*“Fico a saber nas duas explicações, a primeira é melhor por sintetizar o que é necessário saber, a segunda é boa em termos de exemplos, para aprender a resolver os diferentes tipos de logaritmos.”*

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Penso que nesta matéria não há nenhum desenho que possa facilitar a compreensão da matéria, no entanto é sempre uma forma de chamar atenção para algo importante, não que tenha a ver com a matéria, mas como forma de chamar a atenção para algo”*

O que queres dizer com isto?

Quando falas num desenhos referes-te a um desenho alusivo ao tema ou pode não ter qualquer tipo de relação com a matéria?

**Aluna: Diana**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“O manual escolar A, pois tem um tipo e tamanho de letra, assim como a organização do texto, mais perceptíveis. O facto de ser “a preto e branco” não constitui, para mim um “problema””.*

Qual é a importância do tipo e tamanho da letra?

O que querias dizer com “*a organização do texto, mais perceptíveis.*”?

Achas importante a cor?

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“Na definição de logaritmo, em nenhum dos dois. Na nota (1) do manual escolar A, senti dificuldades não percebi o seu sentido.”*

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é um logaritmo?

*“Em qualquer uma. Porém, e apesar de ambos apresentarem um exemplo concreto, o manual escolar B descreve todo o raciocínio metódico em linguagem “não matemática””*

Mas isso é bom ou mau? À bocadinho disseste que era enfadonho? Mas também disseste que não lias?

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Talvez o desenho de um gráfico de “log x” com a respectiva análise”.*

Já tiveste alguma situação em que já te ajudou uma desenho?

**Aluna: Maria**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“Prefiro o manual B. Uma vez que, ao primeiro olhar, o que me atrai imediatamente é a presença da cor. Mas, por outro lado, o segundo manual parece conter menos informação, ou de forma mais resumida, dando a impressão de ser menos “confuso””.*

Qual é a importância da cor para ti?

explica a frase que deste.

Então és da opinião que existem coisas boas e más em ambos os manuais?

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“Senti mais dificuldades no manual A, talvez, pela ausência de tantos exemplos, e tão bem explicados como em B. Penso ainda, que em A a linguagem é mais acessível, devido à ausência de termos tão “matemáticos”, ou se os existem, “explicam” facilmente o seu significado através de exemplos.”*

Os exemplos é uma mais valia explica-me porquê?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é um logaritmo??

*“Penso que em ambos é possível obter essa informação. Mas, talvez no manual B seja mais fácil de a adquirir, ou pelo menos, a sua aplicação”*

Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Penso que em relação à matéria que está nos manuais não existe qualquer desenho que seja importante, como tal seria dispensável. O único que se poderia colocar era o gráfico da função logarítmica, mas esse, penso que deveria ser estudado com mais pormenor, mais à frente.”.*

Qual é a importância dos desenhos?

**Aluna: Fátima**

Questão 1: Observa os dois recortes de manuais escolares. Ao primeiro olhar qual dos dois preferes? Porquê?

*“Prefiro o segundo. No manual B a linguagem está mais simples, a estética é mais agradável e recorrem a muitos exemplos. Embora aprecie a objectividade do manual A. Penso que o facto de ter escassos exemplos dificulta a compreensão”.*

A linguagem está mais simples, em que é que esta simplicidade te ajuda?

Diz-me aí um exemplo no A que te tenha bloqueado?

Mas tirando essa nota diz-me outro exemplo?

O que é que queres dizer com simplicidade?

*“a estética é mais agradável”* no B, porquê?

“Recorrem a muitos exemplos” qual é a importância dos exemplos? Muitos exemplos não prejudicam?

Porque é que disseste que apreciavas a objectividade do manual A?

Questão 2: Volta a ler os recortes de manuais escolares. Em qual dois sentiste mais dificuldades? Porquê? Sublinha as frases que não tenhas entendido.

*“No manual A”*

Porque?

Questão 3: Em qual das duas explicações ficas a saber o que é um logaritmo?

*“Em ambas”*

Achas que percebeste porque já tinhas dado a matéria?



Questão 4: Se fosses tu o autor colocarias algum desenho? Qual? Porquê?

*“Sim, colocaria gráficos de funções exponenciais e logarítmicas porque é um factor importante para a compreensão e uma imagem apelativa para tornar a estética mais agradável ”.*

Já sentiste que um desenho ajudou-te aprender uma matéria?

## Bibliografia

- **APM** (1998) - Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática. **APM**. Lisboa.  
Disponível em: [http://www.apm.pt/apm/2001/2001\\_d.htm](http://www.apm.pt/apm/2001/2001_d.htm)
- **Brendefur, J. e Frykholm, J.** (2000) - Promoting mathematical communication in the classroom: Two perspectives teachers' conceptions and practices. **Journal of Mathematics Teacher Education**. 3, p. 125-153.
- **Brigas, M.** (1997) - **Os manuais escolares de Química no Ensino Básico: opiniões dos professores sobre a sua utilização**. Dissertação de Mestrado (não publicada). Universidade de Aveiro.
- **Castro, Rui Vieira de** (1999) - "Já agora, não se pode exterminá-los? Sobre a representação dos professores em manuais escolares. In Rui Vieira de Castro et al. (orgs.). Manuais escolares, estatuto, funções, história. **Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares**. Braga: Instituto de Educação e Psicologia. Universidade do Minho.  
Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/539>
- **Choppin, Alain.** (1998) - **Dictionnaire encyclopédique de l'éducation et de la formation**. 2ª Edição. Paris: Nathan Université. p. 666-669.
- **Cohen, L. e Manion, L.** (1994) - **Métodos de investigación educativa**. Madrid: Editorial La Muralla.

- **Conceição, Maria Alexandra e Almeida, Matilde Gonçalves (2007) - Matematicamente Falando – 8º Ano.** Porto: Areal Editores.
  
- **Conselho Nacional de Educação (2006) - Parecer sobre proposta de lei relativa ao ‘Sistema de Avaliação dos Manuais Escolares para os Ensinos Básico e Secundário’.** Conselho Nacional de Educação. Lisboa.  
Disponível em: <http://www.cnedu.pt/index.php?section=71>.
  
- **Costa, Cecília, (2001) - José Vicente Gonçalves: Matemático... porque Professor! (Contributos para o estudo deste Matemático madeirense. Exemplo de uma aplicação da História da Matemática ao Ensino da Matemática).** Coleção Memórias nº 37, Centro de Estudos de História do Atlântico, Secretaria Regional de Turismo e Cultura, Funchal.
  
- **Costa, Cecília (2005) - O processo de edição de manuais escolares, em Portugal, na década de 30 - um estudo de caso: J. Vicente Gonçalves e a sua obra para o ensino liceal.** Castelo Branco.
  
- **Costa, Cecília e H. Malonek (2007) - Testemunhos de reconhecimento; cartas Oskar Perron e Konrad Knopp a Vicente Gonçalves. Actas do encontro Luso-brasileiro de História da Matemática.** Castelo Branco.
  
- **Duarte, Maria da Conceição (1999) - Investigação em ensino das ciências: influências ao nível dos manuais escolares.** Universidade do Minho. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/494/1/ConceicaoDuarte.pdf>
  
- **Ferreira, Helena Isabel S. R. (2004) - A Evolução do ensino da matemática em Portugal no século XX: presença de processos.** Dissertação de Mestrado em Matemática, Especialização em Ensino. Universidade do Minho.
  
- **Fiske, J. (1995) - Introdução ao estudo da comunicação.** Porto: Edições Asa.

- **Gérard**, François-Marie e **Roegiers**, Xavier (1998) - **Como Conceber e Avaliar Manuais Escolares**. Porto: Porto Editora. p. 19.
- **Gonçalves**, José Vicente (1935) - **Compêndio de Álgebra para as 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> classes do curso dos liceus**. Braga: Livraria Cruz.
- **Gonçalves**, José Vicente (1937) - **Compêndio de Álgebra e Trigonometria para as 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> classes do curso dos liceus**. Braga: Livraria Cruz.
- **Gonçalves**, José Vicente (1937) - **Aritmética Prática e Álgebra para as 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> classes do curso dos liceus**. Braga: Livraria Cruz.
- **Gonçalves**, José Vicente (1937) - **Compêndio de Álgebra para o 3<sup>o</sup> ciclo (7<sup>a</sup> classe) do curso dos liceus**. Braga: Livraria Cruz.
- **Gonçalves**, José Vicente (1939) - **Compêndio de Aritmética para o 3<sup>o</sup> ciclo (7<sup>a</sup> classe) do curso dos liceus**. Braga: Livraria Cruz.
- **Jorge**, Ana Maria; **Alves**, Conceição e **Barbedo**, Judite (2007) - **Infinito 12<sup>o</sup> ano**. Porto: Areal Editores.
- **Magalhães**, Justino (1999). Um apontamento para a história do manual escolar – entre a produção e a representação. In Rui Vieira de Castro et al. (orgs.). Manuais escolares, estatuto, funções, história. **Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares**. Braga: Instituto de Educação e Psicologia. p.286.
- **Martinho**, Maria Helena e **Ponte**, João Pedro da, (2007) - Comunicação na sala de aula de Matemática. Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. **Revista Portuguesa de Educação**. Braga. ISSN 0871-9187. v.20. n.2  
Disponível em:  
[http://www.scielo.oces.mctes.pt/scielo.php?pid=S087191872007000200003&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.oces.mctes.pt/scielo.php?pid=S087191872007000200003&script=sci_arttext)

- **Menezes Luís** (1999) - Matemática, Linguagem e Comunicação. **Revista Millennium**. n.20. Disponível em: [http://www.ipv.pt/millennium/20\\_ect3.htm](http://www.ipv.pt/millennium/20_ect3.htm)
  
- **Neves, Maria Augusta; Faria, Luísa e Azevedo, Alexandre** (2007) - **Matemática**. Porto: Porto Editora.
  
- **Patton, M. O.** (1980) - **Qualitative evaluation methods**. Beverly Hills: Fage.
  
- **Ponte, João** (1994) - O estudo de caso na investigação em educação matemática. **Quadrante**. Vol.3, nº 1, 3-17.  
Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt%5C94-Ponte\(QuadranteEstudo%20caso\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt%5C94-Ponte(QuadranteEstudo%20caso).pdf)
  
- **Ponte, João** (2002) - **O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?** Lisboa: Conselho Nacional de Educação.  
Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte\(CNE\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte(CNE).pdf)
  
- **Ponte, João; Guerreiro António; Helena Cunha; José Duarte; Helena Martinho, Cristina Martins.**(2007) - A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. **Revista Portuguesa de Educação**. vol.20, no.2.  
Disponível em: [http://www.scielo.oces.mctes.pt/scielo.php?pid=S0871-91872007000200003&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.oces.mctes.pt/scielo.php?pid=S0871-91872007000200003&script=sci_arttext)
  
- **Pinto, Mariana Oliveira.** Estatuto e funções do manual escolar de língua Portuguesa. **Revista Iberoamericana de Educación**. ISSN. p.1681-5653. Disponível em: <http://www.rieoei.org/deloslectores/439Oliveira.pdf>
  
- **Reis, Pedro** (2006) - **Ciência e Educação: que relação?** Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Santarém e Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Disponível em: <http://nonio.eses.pt/interaccoes/artigos/C11%281%29.pdf>

- **Richaudeau, F. (1979) - Conception et production des manuels scolaires. Guide pratique.** Paris: Unesco.
- **Rocha, F (1987) - Fins e Objectivos do Sistema Escolar Português.** Aveiro: Estante Editora.
- **Santos, M<sup>a</sup> E. (2001) - A cidadania na “voz” dos manuais escolares. O que temos? O que queremos?** Lisboa: Livros Horizonte. p.23.
- **Serrão, J (1981) - Estrutura social, ideologias e sistemas de ensino.** *In* M. Silva & I. Tamen (Eds.), Sistema de Ensino em Portugal. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- **Silva, C. (2003) - Uma análise de manuais escolares do 9.º ano de escolaridade.** Tese de mestrado. Porto: Universidade do Porto.
- **Struik, Dirk J. (1989) - História Concisa das Matemáticas.** Lisboa: Gradiva.
- **Valente, P (1973) - O Estado Liberal e o Ensino: os Liceus Portugueses (1834 - 1930).** Lisboa: Cadernos GIS. p.73.
- **Yin, R. (1984) - Case study research: Design and methods.** Newbury Park. CA: Sage.
- **Relatório sobre os Manuais Escolares: Principais Problemas Detectados, Propostas e Recomendações (1997).** Grupo de Trabalho Constituído pelo Despacho N.º 43/ME/97, de 17 de Março.
- **Relatório do Grupo de Trabalho ‘Manuais Escolares’ (2005).** Grupo de Trabalho Constituído pelo Despacho n.º 11 225/ME/2005, de 18 de Maio.

## LEGISLAÇÃO

Decreto de Lei nº 1 de Novembro de 1905.

Decreto de Lei nº 194, 30 de Agosto de 1905.

Portaria nº 230 de 21 de Setembro de 1914

Decreto de Lei nº 3091, 17 de Abril de 1917.

Decreto de Lei nº 5:002 de Novembro de 1918.

Decreto de Lei nº 157, 14 de Julho de 1918

Decreto de Lei nº 6:131, 26 de Setembro de 1919.

Decreto de Lei nº 7:558, 18 de Junho de 1921.

Decreto de Lei nº 12:594, 2 de Novembro de 1926.

Decreto de Lei nº 18:776, 6 de Agosto de 1930.

Decreto de Lei nº 18:885, de 27 de Setembro de 1930.

Decreto de Lei nº 18:885 de 27 de Setembro de 1930.

Decreto de Lei nº 20:741, de 11 de Janeiro de 1932.

Decreto de Lei nº 24:526 de Outubro de 1934

Decreto de Lei nº 27:084 de 14 de Outubro de 1936.

Decreto de Lei nº 36:507 de 17 de Setembro de 1947.

Decreto de Lei nº 37:112 de 22 de Outubro de 1948.

Decreto de Lei nº 47587, de 10 de Março de 1967

Decreto de Lei nº 301/84, 7 de Setembro de 1984

Decreto de Lei nº 46/86 de Outubro de 1986

Decreto de Lei nº 57/87, de 31 de Janeiro de 1987

Decreto de Lei nº 369/90 de 26 de Novembro de 1990

Decreto de Lei nº 176/96, de 21 de Setembro de 1996

Decreto de Lei nº 47/2006 de 28 de Agosto de 2006